

វិញ្ញាសាទី១

$$\text{I-គេឱ្យអនុគមន៍ } f(x) = \begin{cases} \pi x + a & \text{បើ } x \leq 1 \\ \frac{\sin(\pi x)}{1-x^3} & \text{បើ } x > 1 \end{cases}$$

ចូរកំណត់តម្លៃរបស់ a ដែលធ្វើឱ្យអនុគមន៍ $f(x)$ ជាប់ត្រង់ $x=1$ ។

II-គេមានអនុគមន៍ $g(x) = \frac{x-1}{e^x}$ ដែល $x \in \mathbb{R}$

ក. គណនាដេរីវេ $g'(x)$ រួចសិក្សាសញ្ញានៃ $g'(x)$ ។

ខ. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ។

គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ $g(x)$ ។

III-គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = \frac{x+2}{(x-1)(x-2)(x-3)}$

ក. រកបីចំនួនពិត a, b, c ដែលអាចឱ្យគេសរសេរអនុគមន៍ f ជាដាច់ខាត :

$$f(x) = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x-2} + \frac{c}{x-3} \quad \text{គ្រប់ចំនួនពិត } x \notin \{1, 2, 3\} \quad \text{។}$$

ខ. គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int f(x).dx$ ។

IV-គេឱ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E_1) : y'' - 3y' + 2y = 0$

$$(E_2) : y'' - 3y' + 2y = 4x + 1$$

ក. កំណត់ពីរចំនួនពិត α និង β ដើម្បីឱ្យអនុគមន៍ $g(x) = \alpha x + \beta$

ជាចម្លើយមួយរបស់សមីការ (E_2) ។

ខ. ចូរស្រាយថាអនុគមន៍ $y = g(x) + h(x)$ ជាចម្លើយទូទៅរបស់ (E_2)

លុះត្រាតែអនុគមន៍ $y = h(x)$ ជាចម្លើយរបស់សមីការ (E_1) ។

គ. ដោះស្រាយសមីការ (E_1) រួចទាញរកចម្លើយទូទៅរបស់សមីការ (E_2) ។

V-គេឱ្យខ្សែកោង (c) : $y = x^2$ ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ (O, \vec{i}, \vec{j}) ។

ចូរគណនាមាឌនៃសូលីដបរិវត្តន៍កំណត់ពីរដ្ឋីលជុំវិញអ័ក្ស (oy) នៃផ្ទៃខណ្ឌដោយ
ខ្សែកោង (c) ជាមួយអ័ក្ស (oy) ក្នុងចន្លោះ $y = 1 ; y = 4$ ។

VI-គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = -x + 1 + x \ln x$ មានក្រាបតំណាង (c)

ក. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

ខ. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ ។ គូសតារាងអថេរភាព
នៃអនុគមន៍ f ។

គ. រកសមីការបន្ទាត់ (d) ដែលប៉ះនឹងក្រាប (c) ត្រង់ចំនុចមានអាប់ស៊ីស e ។

ឃ. ចូរបញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (d) ជាមួយនឹងខ្សែកោង (c) ។

ង. ចូរគូសក្រាប (c) និងបន្ទាត់ (d) ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ (O, \vec{i}, \vec{j}) ។

VII-ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ ($O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$) ដែលមានទិសដៅវិជ្ជមាន

គេឱ្យបួនចំនុច $A(0,1,3) ; B(4,0,2) ; C(2,2,1)$

និង $D(-1,2,-2)$ ។

ក. គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\vec{AB} \times \vec{AC}$ រួចទាញថាបីចំនុច A, B, C
មិនរត់ត្រង់គ្នា ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។

ខ. កំណត់រកសមីការនៃប្លង់ (ABC) រួចបង្ហាញថា $D \notin (ABC)$ ។

គ. ពី **D** គេគូសបន្ទាត់ $(DH) \perp (ABC)$ ដែល $H \in (ABC)$ ។

ចូរកំណត់សមីការនៃបន្ទាត់ (DH) រួចគណនាកូអរដោនេនៃចំនុច **H** ។

ឃ. ចូរគណនាមាឌនៃតេត្រាអែត **ABCD** រួចទាញរកចម្ងាយពីចំណុច **D** ទៅប្លង់ (ABC) ។

រៀបរៀងដោយ លីម ផល្លុន

អត្រាកំណែ

I-កំណត់តម្លៃរបស់ **a** ដែលធ្វើឱ្យអនុគមន៍ $f(x)$ ជាប់ត្រង់ $x = 1$

បើ $f(x)$ ជាអនុគមន៍ជាប់ត្រង់ $x = 1$ នោះ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ ។

គេមាន $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (\pi x + a) = \pi + a$

ហើយ $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin(\pi x)}{1 - x^3}$

តាង $u = 1 - x$ នោះ $x = 1 - u$ ។ កាលណា $x \rightarrow 1$ នោះ $u \rightarrow 0$ ។

$$\begin{aligned} \text{គេបាន } \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= \lim_{u \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi - \pi u)}{1 - (1 - u)^3} = \lim_{u \rightarrow 0} \frac{\sin \pi u}{u(3 - 3u + u^2)} \\ &= \lim_{u \rightarrow 0} \frac{\sin \pi u}{\pi u} \times \lim_{u \rightarrow 0} \frac{\pi}{3 - 3u + u^2} = \frac{\pi}{3} \end{aligned}$$

គេទាញបាន $\pi + a = \frac{\pi}{3}$ នាំឱ្យ $a = \frac{\pi}{3} - \pi = -\frac{2\pi}{3}$

ដូចនេះ $a = -\frac{2\pi}{3}$ ។