

វិញ្ញាណសាស្ត្រស្រីសង្កេត

គណិតវិទ្យា

គ្រូបង្រៀនប្រឡងប្រាក់ឌុប

២០១៧

គ្រូបង្រៀននិចមគ្រូនិយោជន៍ លីម ជំនួន

Tel: 017 250 290

វិញ្ញាណសាស្ត្រសង្គមវិទ្យា

កិច្ចការសង្គមវិទ្យា

គ្រូបង្រៀនប្រឡងប្រាក់ឌុប

២០១៧

គ្រូបង្រៀនវិទ្យាល័យស្រីសោយ លីម ជំនួន

Tel: 017 250 290

វិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាជ្រើសរើសទី០១
រៀបរៀងនិងបោះពុម្ពដោយ លីម ផល្គុន
 Tel: 017 250 290
សម្រាប់គ្រូបង្រៀនសញ្ញាបត្រគុណិតវិទ្យាឆ្នាំ២០១៧

I-គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិចពីរ $z = (\sqrt{3} + 1) + i(\sqrt{3} - 1)$ និង $w = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ ។

១. ចូរគណនា $p = zw$ រួចសរសេរលទ្ធផលជាទម្រង់ពីជគណិត $a + ib$, $a, b \in \mathbb{R}$ ។

២. ចូរសរសេរ p និង w ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ រួចទាញរកទម្រង់ត្រីកោណមាត្រនៃ z ។

II-នៅក្នុងចំងាយមានបូលក្រហមចំនួន 4 បូលខៀវចំនួន 5 និងបូលបៃតងចំនួន 6 ។ គេចាប់យកបូល 3 ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងចំងាយនោះដោយចៃដន្យ ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

- ១. A: ចាប់បានបូលមានពណ៌ដូចគ្នាទាំង 3 ។
- ២. B: ចាប់បានបូលមានពណ៌ដូចគ្នា 2 ។
- ៣. C: ចាប់បានបូលមានពណ៌ខុសគ្នា។
- ៤. D: ចាប់បានបូលមានពណ៌បៃតងយ៉ាងតិចមួយ ។

III-គណនាលីមីតខាងក្រោម ៖

១. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+4x^2} - 1}{1 - \cos 4x}$ ២. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$ ៣. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x \left(1 - \cos \frac{2a}{\sqrt{x}} \right) \right]$, $a \in \mathbb{R}^*$

IV-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 4}{(x+2)(x^2 + x + 2)}$ ដែល $x \in \mathbb{R} - \{-2\}$ ។

១. ចូរកំណត់បីចំនួនពិត m, n និង p ដើម្បីឲ្យបាន $f(x) = \frac{m}{x+2} + \frac{nx+p}{x^2+x+2}$ ។

២. គណនាអាំងតេក្រាលកំណត់ $I = \int_0^2 \frac{x^2 - 2x + 4}{(x+2)(x^2 + x + 2)} dx$ ។

V-គេឲ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E): y'' - 4y' + 4y = 20x^3 e^{2x}$ ។

១. ចូរស្រាយថាបើ $y = f(x) = e^{2x} g(x)$ ជាចម្លើយទូទៅរបស់សមីការ (E) នោះអនុគមន៍ g ជាចម្លើយរបស់សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(F): y'' = 20x^3$ ។

២. ដោះស្រាយសមីការ (F) រួចទាញរកចម្លើយទូទៅនៃសមីការ (E) ។

VI-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = 2(x-1)^2 e^{-x}$ ។ តាង (C) ជាក្រាបក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j})

- ១) គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់ថាក្រាប (C) មានអក្សរអាប់ស៊ីសជាអាស៊ីមតូតដេក ។
- ២) គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។
- ៣) កំណត់បីចំនួនពិត a, b, c ដោយដឹងថា $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$ គឺជាព្រឹត្តិមីទីមួយនៃ $f(x)$ លើ \mathbb{R} ។
- ៤) ចូរសង់ក្រាប (C) រួចគណនាផ្ទៃក្រឡានៃប្លង់ខណ្ឌដោយក្រាប (C) និងអក្សរអាប់ស៊ីសនិងបន្ទាត់ $x = -2$, $x = 0$ ។

VII-ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឲ្យ $A(0, 4, 1)$, $B(2, 0, 5)$, $C(2, 2, 1)$ និង $D(0, 6, -3)$ ។

- ១) ចូរស្រាយថាចតុកោណ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម។
- ២) គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\vec{AB} \times \vec{AC}$ រួចទាញរកផ្ទៃក្រឡាប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ ។
- ៣) សរសេរសមីការប្លង់ (ABC) និងសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (L) គូសពីគល់ O រួចកែងនិងប្លង់ (ABC) ។
- ៤) គណនាកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ H រវាងបន្ទាត់ (L) និងប្លង់ (ABC) ។
- ៥) គណនាប្រវែង OH រួចទាញរកមាឌនៃពីរ៉ាមីត $OABCD$ ។

វិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាជ្រើសរើសទី០២

រៀបរៀងនិងបោះពុម្ពដោយ លីម ផល្គុន

Tel: 017 250 290

សម្រាប់គ្រូបង្រៀនសញ្ញាបត្រគុណិតវិទ្យាឆ្នាំ២០១៧

I-គណនាលីមីតៈ ក. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x-1)(x+1) + \cos 2x}{x^3 + 6x^2}$ ខ. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - 2}{x^3 - 1}$ គ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x + \sin x}$

II-គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$, $z_2 = 1 + i\sqrt{3}$ និង $z_3 = \sqrt{3} + i$ ។

១. ចូរកំណត់ពីរចំនួនពិត a និង b ដោយដឹងថា $a + ib = \sqrt{2}z_1 + iz_2 + z_3$ ។

២. ចូរសរសេរ z_1, z_2, z_3 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

III-គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int_1^2 (x-1)e^{x^2-2x} dx$ និង $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \cos^2 x dx$

IV-ក្នុងចំណោមមូលក្រហម 4 ចុះលេខ 1, 2, 3, 4 និងមូលខៀវ 5 ចុះលេខ 5, 6, 7, 8, 9 ។

គេចាប់យកមូល 3 ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងចំណោមនោះដោយចៃដន្យ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

១. A: ចាប់បានមូលមានពណ៌ដូចគ្នាទាំង 3 ។

២. B: ចាប់បានមូលចុះលេខសេសទាំង 3 ។

៣. C: ចាប់បានមូលចុះលេខបង្កើតបានជាស្វីតនព្វន្តមានផលសងរួម $d = 3$ ។

V-១. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E): $6y'' - 5y' + y = 0$ ។

២. រកចម្លើយពិសេសមួយរបស់សមីការ (E) ដែល $y(0) = 5$ និង $y'(0) = 2$ ។

VI-គេឲ្យគូប ABCDEFGH មួយមានទ្រនុងស្មើ 1 ។ លំហមានទិសដៅតាមតម្រុយអរតូនរម៉ាល់មានទិសដៅ

វិជ្ជមាន $(A, \vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AE})$ យក I, J, K និង L ជាចំណុចកណ្តាលនៃទ្រនុង $[EF], [BC], [DH]$ និង $[BF]$

១. ចូរស្រាយបំភ្លឺថា IJK ជាត្រីកោណសមង្វ័យ។

២. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $\vec{IJ} \times \vec{IK} = \frac{3}{4} \vec{AG}$ រួចគណនាផ្ទៃក្រឡានៃ ΔIJK ។

៣. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (IJ) និង (KL) អរតូកូណាល់គ្នា។

៤. គណនារង្វាស់មុំ $\angle ILJ$ ។

៥. គណនាផលគុណស្កាលែ $\vec{IL} \cdot \vec{IK}$ និង $\vec{JL} \cdot \vec{JK}$ រួចទាញរកប្រភេទនៃត្រីកោណ ILK និងត្រីកោណ JLK ។

៦. គណនា $(\vec{IJ} \times \vec{IK}) \cdot \vec{IL}$ រួចទាញថាបួនចំណុច I, J, K, L ស្ថិតនៅក្នុងប្លង់តែមួយ។

VII-គេឲ្យ f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = x + 2 - \frac{2(e^x - 1)}{e^x + 1}$ មានក្រាប (C) ។

១. ចូរគណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) នឹងបន្ទាត់ $(\Delta): y = x + 2$

២. ក) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1}\right)^2$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ។ ខ) គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយបំភ្លឺថាកន្សោម $f(x)$ អាចសរសេរជាពីរទម្រង់ $f(x) = x + \frac{4}{e^x + 1}$

និង $f(x) = x + 4 - \frac{4e^x}{e^x + 1}$ ។ ទាញបញ្ជាក់ថាខ្សែកោង (C) មានអាស៊ីមតូតទ្រេតពីរតាងដោយ (d_1) និង (d_2)

៤. គណនា $f(x) + f(-x)$ រួចទាញថាចំណុច $I(0, 2)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ។

៥. គណនា $f(1)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាប (C) បន្ទាត់ $(\Delta), (d_1), (d_2)$ នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) តែមួយ។

គេយក $e = 2.7, \frac{e-1}{e+1} = 0.5$ និង $\frac{e^2-1}{e^2+1} = 0.8$ ។

វិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាជ្រើសរើសទី០៣
រៀបរៀងនិងបង្រៀនដោយ លីម ផល្គុន
 Tel: 017 250 290
សម្រាប់គ្រូបង្រៀនសញ្ញាបត្រគុណិតវិទ្យាឆ្នាំ២០១៧

I-គេឲ្យប៉ារ៉ាបូល(P)មានសមីការទូទៅ (P): $\frac{1}{4}y^2 - y - x + 2 = 0$ ។

១) ចូរសរសេរ(P) ជាទម្រង់ស្តង់ដាររួចកំណត់កូអរដោនេកំពូល កំណុំនិងបន្ទាត់ប្រាប់ទិសរបស់វាផង ។

២) ចូរសង់ប៉ារ៉ាបូល(P)ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

II-គេមានចង់ពីរ A និង B ដែលនៅក្នុងចង់ A មានប៊ូល 5 គ្រាប់ចុះលេខ 1, 2, 3, 4, 5 ហើយនៅក្នុងចង់ B មានប៊ូល 4 គ្រាប់ចុះលេខ 6, 7, 8, 9 ។ គេចាប់យកប៊ូល 1 ពីចង់ A និងប៊ូល 1 ពីចង់ B ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

១) A: ផលបូកលេខចុះលើប៊ូលទាំងពីរស្មើនឹង 9 ។

២) B: លេខចុះលើប៊ូលទាំងពីរជាពហុគុណនៃ 3 ។

៣) C: លេខចុះលើប៊ូលមានមួយជាចំនួនគូនិងមួយទៀតជាចំនួនសេស។

III-គណនាលីមីតខាងក្រោម $A = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^2 - 12x + 8}{x^3 - 8}$ $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2x + \sin x}{x^2 + 4x + \sin 2x}$ $C = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{\tan x - \sin x}$

IV-គេឲ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E): $y'' - 2y' + 2y = 2017e^x$

១) ចូរកំណត់ចំនួនពិត A ដើម្បីឲ្យអនុគមន៍ g កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $g(x) = Ae^x$ ជាចម្លើយមួយរបស់សមីការ(E) ។

២) ដោះស្រាយសមីការ(F): $y'' - 2y' + 2y = 0$ (តាង h(x) ជាចម្លើយរបស់វា) ។

៣) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f(x) = g(x) + h(x)$ ជាចម្លើយទូទៅរបស់សមីការ(E) ។

៤) រកចម្លើយមួយរបស់(E) ដោយដឹងថាខ្សែកោងតាងចម្លើយរបស់វាប៉ះនឹងបន្ទាត់(d): $y = 2x + 3$ ត្រង់ A(0, 3) ។

V-នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឲ្យចំណុច D(6, -3, 3) និងវ៉ិចទ័រ $\vec{n} = \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$ ។

(P) ជាប្លង់កាត់តាម D ហើយកែងនឹងវ៉ិចទ័រ \vec{n} ។ តាង A, B, C ជាប្រសព្វរវាង (P) ជាមួយ (ox), (oy), (oz) រៀងគ្នា។

១) ចូរកំណត់សមីការប្លង់ (P) រួចគណនាកូអរដោនេនៃចំណុច A, B, C ។

២) ចូរស្រាយថា ABCD ជាប្រលេឡូក្រាម រួចសង់ប្រលេឡូក្រាម ABCD ។

៣) ចូរគណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\vec{AB} \times \vec{AC}$ រួចគណនាផ្ទៃក្រឡាប្រលេឡូក្រាម ABCD ។

៤) ផ្ទៀងផ្ទាត់ថា E(2, 1, 1) ជារបស់ប្លង់ (P) ។ រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (L) ដែលកែងនឹងប្លង់ (P) ត្រង់ចំណុច E

VI-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = x + 2 - \frac{4e^x}{e^x + 3}$ ។

គេតាងដោយ (C) ក្រាបំណាងរបស់វានៅក្នុងប្លង់ប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

១. a) គណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ $-\infty$ និង $+\infty$ ។ b) សិក្សាទីតាំងនៃ (C) ធៀបនឹង (d_1) មានសមីការ $y = x + 2$

២. a) ស្រាយថាបំភ្លឺថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x: $f'(x) = \left(\frac{e^x - 3}{e^x + 3}\right)^2$ ។

b) សិក្សាអថេរភាពនៃ f លើ \mathbb{R} និងសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣. a) តើគេអាចយ៉ាងណាចំពោះបន្ទាត់ (d_2) ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច I មានអាប់ស៊ីស $x = \ln 3$ ។

b) សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប (C) ធៀបនឹងបន្ទាត់ប៉ះ (d_2) ។

៤. a) បង្ហាញថាបន្ទាត់ (d_3) ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុចមានអាប់ស៊ីសសូន្យមានសមីការ $y = \frac{x}{4} + 1$ ។

b) ដោយសន្មតថា I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) និងតម្លៃប្រហែល $\ln 3$ ចូរសង់ខ្សែ (C) និងបន្ទាត់ $(d_1), (d_2), (d_3)$ ។

វិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាជ្រើសរើសទី០៤
រៀបរៀងនិងបង្រៀនដោយ លីម ផល្គុន
 Tel: 017 250 290
សម្រាប់គ្រូបង្រៀនសញ្ញាបត្រគុណិតវិទ្យាឆ្នាំ២០១៧

I-នៅក្នុងចំងាយមានឃ្លីក្រហម៥ ឃ្លីខៀវ៧ និងឃ្លីខ្មៅ៨ ។ គេចាប់យកឃ្លី៣ព្រមគ្នាចេញពីចំងាយដោយចៃដន្យ ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

១) A: ចាប់បានឃ្លីមានពណ៌ខុសគ្នា។ ២) B: ចាប់បានឃ្លីមានពណ៌ដូចគ្នា។ ៣) C: ចាប់បានឃ្លីពណ៌ដូចគ្នា ២ ។

II-គណនាលីមីត $A = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{8\sin^3 x - 1}{\sin 2x - \cos x}$ និង $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} + x\sin 5x - \sqrt{\cos 2x}}{x^2}$

III-គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $a = -1 + i\sqrt{3}$ និង $b = 3 + \sqrt{3}i$

- ១) ចូរសរសេរ $z = (a+b)(a^2 + b^2)$ ជាទម្រង់ពីជគណិត។
- ២) ចូរសរសេរ z ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្ររួចគណនាបូសទី៥នៃ z ។
- ៣) ចូរសរសេរ a, b, ab និង $\frac{a}{b}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

IV-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{4x^2 - x + 3}{(x+1)(x^2 - x + 2)}$ ។

- ១) កំណត់បីចំនួនពិត m, n និង p ដើម្បីឲ្យបាន $f(x) = \frac{m}{x+1} + \frac{nx+p}{x^2 - x + 2}$ ។
- ២) គណនាអាំងតេក្រាលកំណត់ $I = \int_1^3 \frac{4x^2 - x + 3}{(x+1)(x^2 - x + 2)} dx$ ។

V-នៅក្នុងតម្រុយអេក្លីប្លូអ៊ែរមានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឲ្យបន្ទាត់ $(L): \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -2 - 4t \\ z = 2 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

និងប្លង់ $(P): 2x - 2y + z - 1 = 0$ ។

- ១) គណនាកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វ A រវាងបន្ទាត់ (L) និងប្លង់ (P) ។
- ២) គណនារង្វាស់មុំ φ ផ្គុំដោយបន្ទាត់ (L) និងប្លង់ (P) គិតជាដឺក្រេ។
- ៣) ចូរគណនា $\vec{p} = \vec{n} \times \vec{u}$ ដែល $\vec{n} = (2, -2, 1)$ និង $\vec{u} = (1, -4, -1)$ ។

៤) សរសេរសមីការប្លង់ (Q) កាត់តាមបន្ទាត់ (L) ហើយកែងនឹងប្លង់ (P) ។

៥) សរសេរសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (Δ) ជាប្រសព្វរវាង (P) និង (Q) ។

VI-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = -2x + 3 - \frac{1 - \ln x}{x}$ មានក្រាប (C) ។

- ១) គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ រួចបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ។
- ២) ស្រាយថា $(\Delta): y = -2x + 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) បើ $x \rightarrow +\infty$ ។ ចូរសិក្សាទីតាំងរវាង (Δ) និង (C) ។
- ៣) ចូរស្រាយថាចំពោះគ្រប់ $x > 0$ គេបាន $f'(x) = \frac{2(1-x^2) - \ln x}{x^2}$ ។
- ៤) ក) គេតាំង $g(x) = 2(1-x^2) - \ln x$ ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។ ចូរស្រាយថា $g'(x) < 0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។
 ខ) គណនា $g(1)$ ។ ចូរសិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x \in (0, 1)$ និង $x \in (1, +\infty)$ ។
- ៥) ដោយប្រើលទ្ធផលសំណួរទី៣ ចូរទាញរកសញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ $(0, +\infty)$ រួចគូសតារាងអប្បបរមាភាពនៃអនុគមន៍ f ។
- ៦) ចូរសង់ក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអេក្លីប្លូអ៊ែរ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។ គេឲ្យ $\ln 2 = 0.7, e^{-1} = 0.4$ ។

វិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាជ្រើសរើសទី០៥

រៀបរៀងនិងបោះពុម្ពដោយ លីម ផល្គុន

Tel: 017 250 290

សម្រាប់គ្រូបង្រៀនសញ្ញាបត្រគុណិតវិទ្យាឆ្នាំ២០១៧

I-គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $a = \sqrt{3} + i$ និង $b = -\sqrt{3} + 3i$

១) ចូរសរសេរ $z = a^2 + b^2$ ជាទម្រង់ពីជគណិត។ ២) ចូរសរសេរ a, b និង z ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

II-គណនាលីមីត $A = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{2\cos^2 x + 7\cos x - 4}{8\cos^3 x - 1}$ និង $B = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^3 + 4x\sqrt{x} + 1} - x\sqrt{x})$

III-នៅក្នុងចង្កំមួយមានប៊ូលក្រហម 4 ចុះលេខ 1, 2, 3, 4 និងប៊ូលខៀវ 5 ចុះលេខ 1, 2, 3, 4, 5 ។

គេចាប់យកប៊ូល 2 ចេញពីក្នុងចង្កំនោះដោយចៃដន្យ។ គេតាងព្រឹត្តិការណ៍៖

A : ចាប់បានប៊ូល 2 ចុះលេខដូចគ្នា, B : ចាប់បានប៊ូល 2 ចុះលេខគូដូចគ្នា, C : ចាប់បានប៊ូលមានពណ៌ខុសគ្នា ។

១) ចូរគណនាប្រូបាប $P(A)$, $P(B)$ និង $P(C)$ ។ ២) ចូរគណនាប្រូបាប $P(A \cup B)$, $P(A \cup C)$ និង $P(B \cup C)$

៣) ចូរគណនាប្រូបាប $P(A/C)$ និង $P(B/C)$ ។

IV-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{6-5x}{(x+2)(x^2-x+2)}$ ។

១) កំណត់បីចំនួនពិត m, n និង p ដើម្បីឲ្យបាន $f(x) = \frac{m}{x+2} + \frac{nx+p}{x^2-x+2}$ ។

២) គណនាអាំងតេក្រាលកំណត់ $I = \int_0^2 \frac{6-5x}{(x+2)(x^2-x+2)} dx$ ។

V-នៅក្នុងតម្រុយអេក្លីលីប្រេងមានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឲ្យពីរចំណុច $A(1,1,1)$ និង $B(1,2,3)$ និងប្លង់ $(P): x+2y+2z-11=0$ ។

១) ចូរកំណត់កូអរដោនេវ៉ិចទ័រ \vec{AB} និង $\vec{p} = \vec{AB} \times \vec{n}$ ដែល $\vec{n} = (1,2,2)$ ជាវ៉ិចទ័រនរម៉ាល់របស់ប្លង់ (P) ។

២) ចូររកសមីការប្លង់ (Q) កាត់តាមពីរចំណុច A និង B ហើយកែងនឹងប្លង់ (P) ។

៣) ចូរគណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\vec{u} = \vec{n} \times \vec{p}$ ។

៤) ផ្ទៀងផ្ទាត់ថា $B \in (P)$ រួចទាញរកសមីការឆ្លុះនៃបន្ទាត់ (L) ជាប្រសព្វរវាង (P) និង (Q)

VI-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = 2(x-2) + \frac{1-\ln x}{x}$ មានក្រាប (C) ។

១) គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ រួចបញ្ជាក់អាស៊ីមតូតឈរ។

២) ស្រាយថាបន្ទាត់ $(\Delta): y = 2x - 4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) បើ $x \rightarrow +\infty$ ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (Δ) ជាមួយខ្សែកោង (C) ។

៣) ចូរស្រាយថាចំពោះគ្រប់ $x > 0$ គេបាន $f'(x) = \frac{2(x^2-1) + \ln x}{x^2}$ ។

៤) ក. គេតាង $g(x) = 2(x^2-1) + \ln x$ ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។ ចូរស្រាយថា $g'(x) > 0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។

ខ. គណនា $g(1)$ ។ ចូរសិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x \in (0,1)$ និង $x \in (1, +\infty)$ ។

៥) ប្រើលទ្ធផលសំណួរទី៣ ចូរទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ $(0, +\infty)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f

៦) គណនាតម្លៃ $f(\frac{1}{e})$ និង $f(2)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការ $f(x) = 0$ មានឫសពីរ α និង β ដែល $\frac{1}{e} < \alpha < 1 < \beta < 2$ ។

ចូរសង់ក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអេក្លីលីប្រេង (o, \vec{i}, \vec{j}) ។ គេឲ្យ $\ln 2 = 0.7, e^{-1} = 0.4$ ។

វិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាជ្រើសរើសទី០៦

រៀបរៀងនិងបោះពុម្ពដោយ លីម ផល្គុន

Tel: 017 250 290

សម្រាប់គ្រូបង្រៀនសញ្ញាបត្រទុតិយភូមិឆ្នាំ២០១៧

I-គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $a = \frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}$ និង $b = \frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2}$

១) ចូរសរសេរសមីការដឺក្រេទីពីរមួយដែលមានឫស a និង b ។

២) គេយក $z = i(a^2 + ab - b^2)$ ។ ចូរសរសេរ z ជាទម្រង់ពីជគណិត។

៣) ចូរសរសេរ a, b និង z ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

II-នៅក្នុងចំងាយមានប៊ូលក្រហម 4 ចុះលេខ 1, 2, 3, 4 និងប៊ូលខៀវ 5 ចុះលេខ 5, 6, 7, 8, 9 ។

គេចាប់យកប៊ូល 1 ចេញពីក្នុងចំងាយដោយចៃដន្យ។ គេតាងព្រឹត្តិការណ៍៖

A : ចាប់បានប៊ូលចុះលេខសេស, B : ចាប់បានប៊ូលចុះលេខជាពហុគុណនៃ 3 និង C : ចាប់បានប៊ូលមានពណ៌ខៀវ

១) ចូរគណនាប្រូបាប $P(A)$, $P(B)$ និង $P(C)$ ។ ២) ចូរគណនាប្រូបាប $P(A \cup B)$, $P(A \cup C)$ និង $P(B \cup C)$

៣) ចូរគណនាប្រូបាប $P(A/C)$ និង $P(B/C)$ ។

III-គេឲ្យអេលីប (E) មានសមីការទូទៅ $25x^2 + 16y^2 - 100x - 32y - 284 = 0$ ។

១) ចូរសរសេរសមីការនៃ (E) ជាទម្រង់ស្តង់ដាររួចកំណត់កូអរដោនេផ្ចិត កំពូល និងកំណុំរបស់វា ។

២) ចូរសង់អេលីប (E) ក្នុងតម្រុយអេតូនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

IV-គេឲ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E): $y'' - 4y' + 4y = 6(x-2)e^{2x}$

១) ចូរស្រាយថាបើ $y = e^{2x}f(x)$ ជាចម្លើយទូទៅរបស់សមីការ (E) នោះអនុគមន៍ f ជាចម្លើយទូទៅរបស់

សមីការ (F): $y'' = 6(x-2)$ ។

២) ដោះស្រាយសមីការ f រួចទាញរកចម្លើយទូទៅរបស់សមីការ (E) ។

៣) រកអនុគមន៍ g ជាចម្លើយពិសេសរបស់ (E) ដោយដឹងថា $g(3) = g'(3) = 0$ ។

V-នៅក្នុងតម្រុយអេតូនរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឲ្យចំណុច $S(-3, 1, -2)$, $A(6, 7, 0)$, $B(-1, -5, 7)$

និង $C(3, -6, -8)$ ។ ១) ចូរស្រាយថា ABC ជាត្រីកោណសមង្វ័យ។

២) គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\vec{AB} \times \vec{AC}$ រួចទាញរកផ្ទៃក្រឡានៃ ΔABC ។ ៣) ចូរកំណត់សមីការប្លង់ (ABC) ។

៤) តាង $\vec{u} = \frac{\vec{SA}}{|\vec{SA}|}$, $\vec{v} = \frac{\vec{SB}}{|\vec{SB}|}$ និង $\vec{w} = \frac{\vec{SC}}{|\vec{SC}|}$ ស្រាយថា $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ ជាគោលអេតូនរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន។

VI-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = x^3 - 6x + 3x \ln x + 3$ មានក្រាប (C) ។

១) គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ។

២) ចូរស្រាយថាចំពោះគ្រប់ $x > 0$ គេបាន $f'(x) = 3(x^2 - 1 + \ln x)$ ។

៣) ក. គេតាង $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$ ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។ ចូរស្រាយថា $g'(x) > 0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។

ខ. គណនា $g(1)$ ។ ចូរសិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x \in (0, 1)$ និង $x \in (1, +\infty)$ ។

៤) គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៥) គណនាតម្លៃ $f(2)$ ។ ចូរសង់ក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអេតូនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។ គេឲ្យ $\ln 2 = 0.7$ ។

វិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាជ្រើសរើសទី០៧
រៀបរៀងនិងបោះពុម្ពដោយ លីម ផល្គុន
 Tel: 017 250 290
សម្រាប់គ្រូបង្រៀនសញ្ញាបត្រគុណិតវិទ្យាឆ្នាំ២០១៧

I-ចូរគណនាលីមីត៖ $A = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos 2x}{1 - \sin^3 x}$ $B = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{2 \sin(x - \frac{\pi}{4})}{4x - \pi}$ $C = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x}{x^3 - 1}$

II-នៅក្នុងចំងាយមានប៊ូល 15 គ្រាប់ដែលក្នុងនោះមានប៊ូលក្រហម 7 និងប៊ូលខៀវ 8 ។
 គេចាប់យកប៊ូល 3 គ្រាប់ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងចំងាយនោះដោយចៃដន្យ ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

- ១) A: ចាប់បានប៊ូលក្រហម 2 និងខៀវ 1 ។ ២) B: ចាប់បានប៊ូលក្រហម 1 និងខៀវ 2 ។
- ៣) C: ចាប់បានប៊ូលមានពណ៌ដូចគ្នា។

III-គេឲ្យអេលីប (E) មានសមីការទូទៅ $9x^2 + 25y^2 - 18x - 150y + 9 = 0$ ។

- ១) ចូរសរសេរសមីការនៃ (E) ជាទម្រង់ស្តង់ដាររួចកំណត់កូអរដោនេផ្ចិត កំពូលនិងកំណុំរបស់វា ។
- ២) ចូរសង់អេលីប (E) ក្នុងតម្រុយអេតូនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

IV-១) គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 + \sin^2 x}{\cos^2 x} dx$ និង $J = \int_1^2 \left(\frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} + 2x + 1 \right) dx$

២) ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y'' + y' - 6y = 0$ បើ $y(0) = 2, y'(0) = -1$ ។

V-ក្នុងតម្រុយអេតូនរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឲ្យ $A(1,1,3), B(2,3,5), C(5,-3,5)$ និង $D(4,-5,3)$

- ១) គណនា \vec{AB} និង \vec{DC} រួចទាញរកប្រភេទនៃចតុកោណ ABCD ។
- ២) គណនាផលគុណស្កាលែ $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ រួចទាញរកប្រភេទនៃត្រីកោណ ABC ។
- ៣) គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\vec{AB} \times \vec{AC}$ រួចទាញរកផ្ទៃក្រឡានៃ ABCD ។ ៤) ចូរកំណត់សមីការប្លង់ (ABC) ។

VI-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = 1 - \ln x + \frac{\ln x}{x^2}$ មានក្រាប (C) ។

- ១) គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។
- ២) ចូរស្រាយថាចំពោះគ្រប់ $x > 0$ គេបាន $f'(x) = \frac{-x^2 + 1 - 2 \ln x}{x^3}$ ។
- ៣) ក. គេតាង $g(x) = -x^2 + 1 - 2 \ln x$ ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។ ចូរស្រាយថា $g'(x) < 0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។
 ខ. គណនា $g(1)$ ។ ចូរសិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x \in (0,1)$ និង $x \in (1, +\infty)$ ។
- ៤) ដោយប្រើលទ្ធផលសំណួរទី៣ ចូរទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ $(0, +\infty)$ ។
 គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។
- ៥) គណនាតម្លៃ $f(\frac{1}{2}), f(2)$ និង $f(4)$ ។ ចូរសង់ក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអេតូនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។
 គេឲ្យ $\ln 2 = 0.7$ ។

វិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាជ្រើសរើសទី០៨

រៀបរៀងនិងបោះពុម្ពដោយ លីម ផល្គុន

Tel: 017 250 290

សម្រាប់គ្រូបង្រៀនសិក្សាប្រឡងប្រចាំឆ្នាំ២០១៧

I-ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោមក្នុងសំណុំចំនួនកុំផ្លិច C :

១. $z^2 - 6z + 10 = 0$

២. $2z^2 - 6z + 5 = 0$

៣. $z^2 - (3 + 2i)z + 1 + 3i = 0$

II-គណនាលីមីតខាងក្រោម៖

១. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sin^2 2x}{x^2}$

២. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[x^2 \left(1 - \cos \frac{2\pi}{x} \right) \right]$

៣. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^3 + 1}$

៤. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x}$

III-គណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម៖

១. $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{2x}{(x^2 + 1)^2} dx$

២. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^3 x \cos x dx$

៣. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 + \tan x}{\cos^2 x} dx$

៤. $\int_1^2 (2x - 1)e^{x(x-1)} dx$

IV-នៅក្នុងចំងាយមានប៊ូលក្រហម 5 ចុះលេខ 1, 2, 3, 4, 5 និងប៊ូលខៀវ 6 ចុះលេខ 4, 5, 6, 7, 8, 9 ។

គេចាប់យកប៊ូល 2 ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងចំងាយនោះដោយចៃដន្យ។ គេតាងព្រឹត្តិការណ៍ ៖

A : ចាប់បានប៊ូលចុះលេខដូចគ្នា , B : ចាប់បានប៊ូលមានពណ៌ខុសគ្នា

C : ចាប់បានប៊ូលមានផលបូកលេខចុះលើប៊ូលទាំងពីរស្មើ 10 ។

១. គណនាប្រូបាប $P(A), P(B)$ និង $P(C)$ ។

២. គណនាប្រូបាប $P(A \cup B), P(A \cup C)$ និង $P(B \cup C)$ ។

៣. គណនាប្រូបាប $P(A \cup B \cup C)$ ។

V-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = x - 4 + \frac{8}{e^x + 2}$

តាង (C) ជាក្រាបតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

១) ក. រកលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ ខ. ស្រាយថាអនុគមន៍ f អាចសរសេរជា $f(x) = x - \frac{4e^x}{e^x + 2}$ ។

គ. ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតពីរបស់ខ្សែកោង (C) ។

២) ក. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $\forall x \in \mathbb{R} : f'(x) = \left(\frac{e^x - 2}{e^x + 2} \right)^2$ ។ ខ. សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៣) រកសមីការបន្ទាត់ (T) ដែលប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x = \ln 2$ ។

៤) គណនា $f(-2)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (T) និងអាស៊ីមតូត

តូតទាំងអស់របស់ក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) តែមួយ ។

VI-នៅក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូនរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

គេឲ្យស្វ៊ែរ (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 4z + 4 = 0$ ។

១) ចូរកូអរដោនេផ្ចិត I និង កាំ R របស់ស្វ៊ែរ (S) ។

២) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាស្វ៊ែរ (S) ប៉ះទៅនឹងអ័ក្ស $(ox), (oy), (oz)$ រៀងគ្នាត្រង់ចំណុច A, B, C ដែលគេនឹងបញ្ជាក់កូអរដោនេ ។

៣) ចូររកប្រភេទនៃត្រីកោណ ABC ។

៤) គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\vec{AB} \times \vec{AC}$ រួចកំណត់ផ្ទៃក្រឡានៃ ΔABC ។

៥) កំណត់សមីការប្លង់ (ABC) ។

វិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាជ្រើសរើសទី០៩
រៀបរៀងនិងបង្រៀនដោយ លីម ផល្គុន
 Tel: 017 250 290
សម្រាប់គ្រូបង្រៀនសញ្ញាបត្រគុតិយភូមិឆ្នាំ២០១៧

I-គណនាលីមីត: ក) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{x^2+2-3x}$ ខ) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6}-3}{x^3-27}$ គ) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 \sin 5x}{x}$

II-គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = \sqrt{3} - i$, $z_2 = (1-\sqrt{3}) + (1-\sqrt{3})i$ និង $z_3 = -\frac{1}{2}$ ។ គណនា $z_1 + z_2, (z_1 + z_2) \times z_3$ ។

សរសេរជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រចំនួនកុំផ្លិច $Z = (z_1 + z_2) \times z_3$ ។ ទាញយកតម្លៃនៃ Z^3 ។

III-គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int_0^2 (6x^2 - 3x - 1)dx$, $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 - 2 \sin^2 x)dx$ ។

គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ \mathbb{R}^* ដោយ $f(x) = -2\left(\frac{x+1}{x^2}\right)$ ។ បង្ហាញថា $f(x) = -\frac{2}{x} - \frac{2}{x^2}$ ។

គណនា $K = \int_1^e f(x)dx$ ។ ($\ln e = 1$)

IV-ក្នុងចំណោមមួយមានប៊ូល១៥ដែលចែកជា ប៊ូលពណ៌បៃតងចំនួន៧និងគេសរសេរលើប៊ូលទាំង៧នេះតាមលេខរៀងពី១ដល់៧ រួចប៊ូលខៀវចំនួន៥និងគេសរសេរលើប៊ូលទាំង៥នេះតាមលេខរៀងពី១ដល់៥ចុងក្រោយប៊ូលក្រហមចំនួន៣និងគេសរសេរលើប៊ូលទាំង៣នេះតាមលេខរៀងពី១ដល់៣។ គេចាប់យកប៊ូលមួយចេញពីក្នុងចំណោមចែកដេញ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

- A: ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌បៃតង។
- B: ប៊ូលដែលចាប់បានមានលេខសេស។
- C: ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌បៃតងនិងលេខសេស ។

V-១) គេមានសមីការ $18x^2 + 10y^2 = 90$ ។

- ក) បង្ហាញថាសមីការនេះជាសមីការអេលីប។ រកប្រវែងអក្សរធំប្រវែងអក្សរតូច និងកូអរដោនេនៃកំពូលទាំងពីរ។
- ខ) សង់អេលីបនេះ។

២) នៅក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានចំណុច $M(2,3,4)$, $N(3,5,6)$, $P(4,6,7)$ $Q(3,4,5)$ ។

ក) រកវ៉ិចទ័រ \vec{MN} និង \vec{QP} ។ ខ) ទាញបង្ហាញថា $MNPQ$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

VI-ក) ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E): y'' + 2y' - 3y = 0$ ។

ខ) រកចម្លើយពិសេសមួយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) ដែល $y(0) = 1$ និង $y'(1) = e$ ។

VII-គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = x + 2 - \frac{4e^x}{e^x + 3}$ ។

គេតាងដោយ C ក្រាបរបស់អនុគមន៍ នៅក្នុងប្លង់ប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

- ១) a. គណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ $-\infty$ និង $+\infty$ ។
- b. សិក្សាទីតាំងធៀបនៃក្រាប C ធៀបនឹងបន្ទាត់ d_1 ដែលមានសមីការ $y = x + 2$ ។

២) a. ស្រាយបំភ្លឺថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x, f'(x) = \left(\frac{e^x - 3}{e^x + 3}\right)^2$ ។

b. សិក្សាអថេរភាពនៃ f លើ \mathbb{R} និងសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣) a. តើគេអាចថាយ៉ាងណាចំពោះបន្ទាត់ប៉ះ d_2 ទៅនឹងក្រាប C ត្រង់ចំណុច I ដែលមានអាប់ស៊ីស $\ln 3$ ។

b. សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប C ធៀបនឹងបន្ទាត់ប៉ះ d_2 ។

៤) a. បង្ហាញថាបន្ទាត់ប៉ះ d_3 ទៅនឹងក្រាប C ត្រង់ចំណុចមានអាប់ស៊ីសសូន្យមានសមីការ $y = \frac{1}{4}x + 1$ ។

b. ដោយសន្មតថាចំណុច I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប C និងក្នុងតម្លៃប្រហែលនៃ $\ln 3$ ចូរសង់ក្រាប C

និងបន្ទាត់ប៉ះ d_1, d_2, d_3 ។ (នៅលើតម្រុយនេះមួយឯកតាស្មើ $2cm$)

វិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាជ្រើសរើសទី១០

រៀបរៀងនិងបង្រៀនដោយ លីម ផល្គុន

Tel: 017 250 290

សម្រាប់គ្រូបង្រៀនសញ្ញាបត្រគុណិតវិទ្យាឆ្នាំ២០១៧

I-គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $a = -\sqrt{3} + i$ និង $b = \sqrt{2}(1+i)$

ក) គណនា $z = a^2 + b^2 + 3a\sqrt{3} + \sqrt{2}(1-3i)b$ រួចកំណត់ម៉ូឌុល និង អាកុយម៉ង់នៃ z ។

ខ) ចូរសរសេរ $u = a.b$ និង $v = \frac{a}{b}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

II-ចូរគណនាលីមីត៖ ក. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 2x}{x \sin x}$ ខ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \sqrt{\cos 2x}}{x^2}$

III-គណនាអាំងតេក្រាល

ក) $A = \int_0^1 2xe^{x^2} dx$ ខ) $B = \int_1^e \frac{(\ln x)^4}{x} dx$

គ) $C = \int_0^2 \frac{(x+2)dx}{x^2 + 4x + 6}$ ឃ) $D = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$

IV-គេចង់បង្កើតចំនួនមួយមានលេខ៣ខ្ទង់ដែលលេខក្នុងខ្ទង់ទាំង៣ជាលេខខុសៗគ្នា ហើយដោយប្រើលេខ $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ ។

១) តើគេអាចបង្កើតបានចំនួនទាំងអស់ប៉ុន្មានចំនួន ។

២) គេជ្រើសរើសយកចំនួនមួយដោយចៃដន្យចេញពីក្នុងចំណោមចំនួនទាំងអស់ដែលគេបង្កើតបាន ។

ចូររកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក. $\ll A: \text{ជ្រើសរើសបានចំនួនគូ} \gg$

ខ. $\ll B: \text{ជ្រើសរើសបានចំនួនដែលលេខក្នុងខ្ទង់ទាំងបីជាចំនួនគូ} \gg$

គ. $\ll C: \text{ជ្រើសរើសបានចំនួនដែលផលបូកលេខនៃខ្ទង់ទាំងបីស្មើនឹង 16} \gg$

V-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{e^x}{x^2}, x \neq 0$ មានក្រាប (C)

១) ចូររកលីមីតនៃ f ត្រង់ 0 និង ត្រង់ $\pm\infty$ ។ បញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតទាំងអស់របស់ក្រាប (C) ។

២) ចូរសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣) គណនា $f(-1), f(1)$ និង $f(3)$ រួចសង់ក្រាប (C) ។ (គេយក $e^{-1} = 0.4, e = 2.7, e^2 = 7.3, \frac{e^3}{27} = 0.7$) ។

VI-ក្នុងតំរុយអរតូណរម៉ាល់ដែលមានទិសដៅវិជ្ជមាន $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

គេឲ្យចំណុច $A(0,0,2), B(2,0,1), C(2,2,3)$ និង $D(0,2,4)$ ។

ក. បង្ហាញថាចតុកោណ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម។

ខ. គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\vec{AB} \times \vec{AD}$ រួចគណនាក្រឡាផ្ទៃប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ ។

គ. សរសេរសមីការប្លង់ (ABC) និងសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្របន្ទាត់ (L) កែងនឹងប្លង់ (ABC) ត្រង់ D ។

ឃ. កំនត់កូអរដោនេនៃចំនុច E បើគេដឹងថា $\vec{AE} = \frac{1}{2}(\vec{AB} \times \vec{AD})$ ។

ង. គណនាមាឌរបស់ព្រិសត្រង់ដែលមានកំពស់ $[AE]$ និងបាតជាចតុកោណ $ABCD$ ។

វិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាជ្រើសរើសទី១១

រៀបរៀងនិងបោះពុម្ពដោយ លីម ផល្គុន

Tel: 017 250 290

សម្រាប់គ្រូបង្រៀនសិក្សាប្រឡងប្រចាំឆ្នាំ២០១៧

I-គេឲ្យសមីការដឺក្រេទីពីរ $(E): z^2 - 2(\sqrt{3} + 2i)z + 4i\sqrt{3} = 0$

១.ដោះស្រាយសមីការ (E) ក្នុងសំណុំកុំផ្លិច \mathbb{C} ។ គេតាង z_1 និង z_2 ជាឫសរបស់សមីការ (E) ។

២.ចូរសរសេរ z_1 និង z_2 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

II-គណនាលីមីត ១. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{x^3 - 1}$ ២. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}$ ៣. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + x - \ln x}{(x+1)^2}$

III-គេឲ្យអនុគមន៍ $f(x) = \frac{\cos x - \sin x \cos x - 1}{\cos^2 x}$ ដែល $0 \leq x \leq \frac{\pi}{6}$

១.ចូរស្រាយថា $f(x) = \frac{\cos x}{1 + \sin x} - \frac{1}{\cos^2 x}$ គ្រប់ $x \in \left[0, \frac{\pi}{6}\right]$ ។

២.គណនាអាំងតេក្រាលកំណត់ $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} f(x) dx$ ។

IV-គេឲ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E): y'' - 2y' + 10y = 0$ ។

១.ដោះស្រាយសមីការ (E) ។

២.រកអនុគមន៍ $y = f(x)$ ជាចម្លើយពិសេសរបស់ (E) ដោយដឹងថាក្រាប (C) តាងអនុគមន៍ $y = f(x)$ ប៉ះនឹង

បន្ទាត់ $y = 4x + 1$ ត្រង់ $A(0,1)$ ។

V-ក្នុងប្រអប់មួយមានបិចក្រហម 5 និងបិចខៀវ 7 ។ គេចាប់យកបិច 3 ដើម្បីព្រមគ្នាចេញពីប្រអប់នោះដោយចៃដន្យ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

១. A : ចាប់បានបិចពណ៌ខៀវទាំងបីដើម។

២. B : ចាប់បានបិចក្រហមយ៉ាងតិចមួយដើម។

VI-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = x + 4 - e^x$ មានក្រាប (C) ។

១.រកលីមីតនៃ $f(x)$ កាលណា $x \rightarrow -\infty$ និង $x \rightarrow +\infty$ ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y = x + 4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) និង (d) ។

៣.គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.គណនា $f(-2), f(-1), f(1)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាប (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

៥.គណនាផ្ទៃក្រឡានៃផ្ទៃក្នុងខ្នងដោយខ្សែកោង (C) និងអ័ក្ស (ox) និងបន្ទាត់ឈរ $x = -3$ និង $x = 1$ ។

(គេឲ្យ $e = 2.7, e^{-1} = 0.4, e^{-2} = 0.2$)

VII-នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឲ្យប្លង់ $(P): x + 2y + 2z - 4 = 0$ ។

តាង A, B និង C ជាចំណុចប្រសព្វរវាងប្លង់ (P) ជាមួយអ័ក្ស $(ox), (oy)$ និង (oz) រៀងគ្នា ។

ក) ចូរគណនាកូអរដោនេនៃចំណុច A, B និង C រួចសង់ចំណុចនេះ។

ខ) គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\vec{AB} \times \vec{AC}$ រួចរកផ្ទៃក្រឡានៃ ΔABC ។

គ) គណនាផលគុណស្កាលែ $(\vec{AB} \times \vec{AC}) \cdot \vec{AO}$ ។ ទាញរកមាឌចតុមុខ $OABC$

ឃ) សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃស្វ៊ែរ (S) ចារឹកក្រៅចតុមុខ $OABC$ ។ បញ្ជាក់កូអរដោនេផ្ចិត និងកាំរបស់ស្វ៊ែរ (S) ផង។

វិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាជ្រើសរើសទី១២
រៀបរៀងនិងបង្រៀនដោយ លីម ផល្គុន
 Tel: 017 250 290
សម្រាប់គ្រូបង្រៀនប្រឡងសញ្ញាបត្រទុតិយភូមិឆ្នាំ២០១៧

- I- គេមានចំនួនកុំផ្លិច $a = 2\sqrt{3} - 2i$ និង $b = -\sqrt{2} + i\sqrt{2}$ ។
 ១-សរសេរ $Z = a^2 + b^2 + 4ai + \sqrt{2}b$ ជាទម្រង់ពីជគណិត ។
 ២-សរសេរ $a ; b$ និង ab ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។
- II- ក្នុងប្រអប់មួយមានឃ្លីពណ៌ស ២គ្រាប់ដែលមានចុះលេខ 1 , 2 និងឃ្លីពណ៌ខៀវ ៣គ្រាប់ដែលមានចុះលេខ 1 , 2 , 3 គេចាប់យកឃ្លី២គ្រាប់ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យពីក្នុងប្រអប់នោះ ។
 ១-រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A: គេចាប់បានឃ្លីពណ៌ដូចគ្នា ។
 ២-រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ B: គេចាប់បានឃ្លីមានផលបូកលេខស្មើ 3 ។
 ៣-រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ C: គេចាប់បានឃ្លីមានផលបូកលេខស្មើ 3ដោយបានដឹងថាវាមានពណ៌ដូចគ្នា ។
- III-១-កំណត់ចំនួនពិត m, n និង p ដើម្បីឲ្យ $\frac{x^2 + 6x + 5}{(x-2)(x^2 + x + 1)} = \frac{m}{x-2} + \frac{nx + p}{x^2 + x + 1}$ ដែល $x \neq 2$ ។
 ២-គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int_0^1 \frac{x^2 + 6x + 5}{(x-2)(x^2 + x + 1)} dx$ ។
- IV-គេអោយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E_1) : -y'' - y' + 6y = 6x^2 - 2x + 4$ ។
 ១-ដោះស្រាយសមីការ $(E_2) : -y'' - y' + 6y = 0$ ។
 ២-រកពហុធា $p(x) = ax^2 + bx + c$ ដែលជាចម្លើយមួយនៃសមីការ (E_1) ។ ទាញរកចម្លើយទូទៅនៃសមីការ (E_1)
- V- នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឲ្យបីចំណុច $A(1, 0, 1), B(0, 2, 2)$ និង $C(2, 1, 0)$ ។
 ១- បង្ហាញថាត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់កំពូល A ។
 ២-គណនា $\vec{n} = \vec{AB} \times \vec{AC}$ រួចរកសមីការប្លង់ ABC ។
 ៣-រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ d ដែលកាត់តាម $D(1, -1, 3)$ ហើយកែងនឹងប្លង់(ABC) ត្រង់ M។
 រកកូអរដោនេចំណុច M ។
- VI-អនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ដោយ $y = f(x) = 2 + \frac{\ln x}{x^2}$ ហើយមានខ្សែកោង (C) ។
 ១-គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ។ កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ និង អាស៊ីមតូតដេកនៃ(C) ។
 ២-គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ហើយគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។
 ៣-កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោង (c) ជាមួយអាស៊ីមតូតដេករបស់វា ។
 ចូរសង់ (c) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j})$ ។
 ៤-គណនាផ្ទៃក្រឡាខណ្ឌដោយខ្សែកោង(c) ជាមួយអាស៊ីមតូតដេករបស់វានិងបន្ទាត់ឈរ $x = 1 ; x = e^{0.5}$ ។
 ($e = 2.72 ; e^{0.5} = 1.65$)

វិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាជ្រើសរើសទី១៣
រៀបរៀងនិងបង្រៀនដោយ លីម ផល្គុន
 Tel: 017 250 290
សម្រាប់គ្រូបង្រៀនសញ្ញាបត្រគុណិតវិទ្យាឆ្នាំ២០១៧

I- គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $x = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ និង $y = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ។

១-គណនា $A = x - y^2$ និង $B = x^2 + x + 1$ ។

២-សរសេរ x និង y ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

II- គេចង់បង្កើតចំនួនមានលេខ 3 ខ្ទង់ ដែលខ្ទង់ទាំងបីមានលេខខុសគ្នា ដោយយកចេញពីលេខ 1,2,3,4,5, 6,7,8,9

១-រកចំនួនករណីអាច ។

២-រកប្រូបាប ដែលចំនួនមានលេខ 3 ខ្ទង់នោះជាពហុគុណនៃ 5 ។

៣-រកប្រូបាប ដែលចំនួនមានលេខ 3 ខ្ទង់នោះ ជាចំនួនគូ ។

III- គេឲ្យអនុគមន៍ $y = g(x) = xe^{2x}$ ។

១-រកដេរីវេ $g'(x)$ និង $g''(x)$ ។ ទាញបញ្ជាក់ថា អនុគមន៍ g មានអប្បបរមាត្រង់ $x = -0.5$ ។

២-រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះនឹងក្រាបតាង $y = g(x)$ ត្រង់ $x = 1$ ។

IV- គេឲ្យសមីការ $y'' - 4y' + 5y = 0$ (E) ។

១-រកចម្លើយទូទៅ y_h នៃសមីការ (E) ។

២-គេដឹងថា $y_p = a\cos x + b\sin x$ ជាចម្លើយពិសេសនៃសមីការ $y'' - 4y' + 5y = 4\cos x - 12\sin x$ (F)

ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ។ រកចំនួនពិត a និង b ហើយទាញរកចម្លើយទូទៅនៃសមីការ (F) ។

V- ១- អេលីប E មួយមានសមីការ $25x^2 + 16y^2 - 150x + 64y = 111$ ។

ក) រកកូអរដោនេនៃផ្ចិត កំពូល និង កំណុំរបស់អេលីប E ។

ខ) សង់អេលីប E ក្នុងតម្រុយកូអរដោនេមួយ ។

២- ចំណុច $M(-1,0,1)$; $N(0,1,2)$ និង $P(1,2,-1)$ នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

ប្លង់ α មួយមានសមីការ $x - 2y + z - 4 = 0$ ។

ក) រកកូអរដោនេនៃ $\vec{n} = \vec{MN} \times \vec{MP}$ ហើយទាញរកសមីការប្លង់ β ដែលកាត់តាមចំណុច M, N និង P ។

ខ) រកសមីការស្តង់ដារនៃស្វ៊ែ S មួយដែលមានផ្ចិត M ហើយកាត់តាម N ។ តើប្លង់ α ជួបស្វ៊ែ S ឬទេ ?

VI- អនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះ $x > 0$ ដោយ $y = f(x) = 1 - \frac{2\ln x}{x}$ ហើយមានក្រាប C ។

១- រក $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និង អាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប C ។

២- គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ហើយសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៣- សង់ក្រាប C នៅក្នុងតម្រុយកូអរដោនេមួយ ។ គេឲ្យ $e = 2.7, \frac{2}{e} = 0.7$

៤- គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃក្នុងកំណត់ដោយក្រាប C អាស៊ីមតូតដេក បន្ទាត់ឈរ $x = 1$ និង $x = e$ ។

វិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាជ្រើសរើសទី១៤

រៀបរៀងដោយ លីម ផល្គុន

Tel: 017 250 290

សម្រាប់រៀនប្រឡងសញ្ញាបត្រទុតិយភូមិឆ្នាំ២០១៧

I-គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $a = 1 + \frac{\sqrt{3}+1}{2}i$ និង $b = \frac{\sqrt{3}-1}{2}i$ ។

១) ចូរគណនា $z = a + b$, $w = a - b$ និង $\frac{z}{w}$ ដោយសរសេរលទ្ធផលនីមួយៗជាទម្រង់ពីជគណិត ។

២) ចូរសរសេរ z , w និង $\frac{z}{w}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

៣) ប្រើលទ្ធផលខាងលើចូរទាញរកតម្លៃប្រាកដនៃ $\cos \frac{\pi}{12}$ និង $\sin \frac{\pi}{12}$ ។

II-ចូរគណនាលីមីត $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2 \cos \frac{\pi x}{3}}{x-1}$ និង $B = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2x + \ln x)(4e^x - x + 1)}{x^2 + 2xe^x + 1}$

III-នៅក្នុងចំងាយមានប៊ូលក្រហម 3 ប៊ូលខៀវ 4 និងប៊ូលខ្មៅ 5 ។ គេចាប់យកប៊ូល 3 ព្រមគ្នាចេញពីចំងាយដោយចៃដន្យ ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃត្រីគូការណ៍ ៖

១) A: ចាប់បានប៊ូលមានពណ៌ខុសគ្នា ។

២) B: ចាប់បានប៊ូលមានពណ៌ដូចគ្នា 2 ។

៣) C: ចាប់បានប៊ូលមានពណ៌ដូចគ្នាទាំង 3 ។

IV-គេមានអនុគមន៍ g កំណត់ដោយ $g(x) = \frac{5x^2 - 4x + 3}{x^3 - 2x^2 + x - 2}$ ដែល $x \neq 2$ ។

១) កំណត់ចំនួនពិត A, B និង C ដើម្បីឲ្យ g អាចសរសេរជាទម្រង់ $g(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{Bx+C}{x^2+1}$ គ្រប់ $x \neq 2$ ។

២) គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int_{-1}^1 \frac{5x^2 - 4x + 3}{x^3 - 2x^2 + x - 2} \cdot dx$ ។

V-ក្នុងតម្រុយអរតូណូម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានបីចំណុច $A(-1, 2, 3)$, $B(0, -1, 1)$ និង $C(2, 3, 5)$ ។

១) ចូរកំណត់សមីការប្លង់ (P) កាត់តាមចំណុច A ហើយកែងនឹងរ៉ឺចទ័រ \overline{BC} និងសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្របន្ទាត់ (L) កាត់តាមពីរចំណុច B និង C ។

២) រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ H រវាងបន្ទាត់ (L) ជាមួយប្លង់ (P)

៣) រកប្រភេទនៃត្រីកោណ ABC រួចគណនាផ្ទៃក្រលានៃ ΔABC ។

VI-គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = (x-1)(e^{2x} + 1)$ ដែល $x \in \mathbb{R}$ ។

១) ចូរគណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

២) រកដេរីវេ $f'(x)$ និង $f''(x)$ ។ គូសតារាងអថេរភាពនៃ $f'(x)$ (មិនបាច់រកលីមីត $f'(x)$ ត្រង់ $-\infty$ និង $+\infty$)

៣) កំនត់សញ្ញារបស់ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f

៤) ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y = x - 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (c) នៃ $y = f(x)$ កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។ បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (c) និងបន្ទាត់ (d)

៥) កំនត់សមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (c) ហើយស្របជាមួយនឹងបន្ទាត់ (d) ។

៦) ចូរគូសក្រាប (c) និងបន្ទាត់ $(d), (T)$ ក្នុងតម្រុយអរតូណូម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) តែមួយ ។



I-ចូរគណនាលីមីត ក) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$ ខ) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - \cos x}{1 - \sin x - \cos x}$

II-គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $Z = -1 + 5i$ និង $W = 1 + i$ ។ ចូរគណនា $Z + W, Z - W, Z \times W$ និង $\frac{Z}{W}$ ។

III-ផលបូកបរិមាត្រការេមួយ និង រង្វង់មួយមានប្រវែង l ។ គណនាផលធៀបរវាងកាំរង្វង់ និង ជ្រុងការេ ដើម្បីឲ្យផលបូកផ្ទៃក្រលាការេ និង ផ្ទៃក្រឡារង្វង់មានតម្លៃអប្បបរមា ។

IV-១) គេឲ្យអេលីប $(E): 25x^2 + 9y^2 - 100x - 18y - 116 = 0$ ។

ក-ចូរកំណត់រកកូអរដោនេផ្ចិត-កំពូល-កំណុំ និង អិចសង់ទ្រីស៊ីតេរបស់អេលីប (E) ។

ខ-ចូរសង់ (E) នៅក្នុងតម្រុអរតូនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

V-គេមានអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $y = f(x) = -x + 3 - \frac{4 \ln x}{x}$ ដែល $x > 0$ ។

តាង (C) ជាក្រាបតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុអរតូនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

១) រកលីមីតនៃ f ត្រង់ 0^+ និង ត្រង់ $+\infty$ ។ កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតទាំងពីរនៃក្រាប (C) ។

២) គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចកំណត់សញ្ញារបស់វាដោយដឹងថាគ្រប់ $x > 0$ គេមាន $x^2 + 4 - 4 \ln x > 0$ ។

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣) A ជាចំណុចប្រសព្វរវាងក្រាប (C) ជាមួយអាស៊ីមតូតដេករបស់វា តាង (d) ជាបន្ទាត់កែងនឹងអាស៊ីមតូតដេក ត្រង់ A និង (T) ជាបន្ទាត់ប៉ះ (C) ត្រង់ចំណុច A ។ ចូររកសមីការនៃបន្ទាត់ (d) និង (T) ។

៤) គណនា $f(\frac{1}{2}), f(2)$ និង $f(4)$ រួចសង់ $(C), (d)$ និង (T) ។

VI-គេឲ្យគូប $ABCDEFGH$ មួយមានទ្រនុងស្មើៗ។ លំហមានទិសដៅតាមតំរុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅ

វិជ្ជមាន $(A, \vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AE})$ គេយក I ជាចំនុចកណ្តាលនៃអង្កត់ $[EF]$ និង K ជាផ្ចិតការេ $ADHE$ ។

ក. ចូរផ្ទៀងផ្ទាត់ថា $\vec{BK} = \vec{IG} \times \vec{IA}$ រួចគណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ IGA

ខ. រកមាឌតេត្រាអែត $ABIG$ រួចទាញរកចម្ងាយពីចំនុច B ទៅប្លង់ (AIG) ។

វិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាជ្រើសរើសទី១៦

រៀបរៀងដោយ លីម ផល្គុន

Tel: 017 250 290

សម្រាប់រៀបរៀងប្រឡងសញ្ញាបត្រទុតិយភូមិន្ទឆ្នាំ២០១៧

I-នៅក្នុងចំងាយមានបូលក្រហម 5 បូលខៀវ 6 និងបូលខ្មៅ 9 ។ គេចាប់យកបូល 4 គ្រាប់ព្រមគ្នាចេញពី ក្នុងចំងាយនោះដោយចៃដន្យ ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

- ១) A: ចាប់បានបូលមានពណ៌ដូចគ្នា 2 គ្រាប់ ។
- ២) B: ចាប់បានបូលមានពណ៌ដូចគ្នា 2 គូ ។
- ៣) C: ចាប់បានបូលមានពណ៌ដូចគ្នាទាំង 4 គ្រាប់ ។

II-ចូរគណនាលីមីត ក) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 2x}{x \sin x}$ ខ) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1 + \cos x}}{x \cdot \tan x}$

III-គេឲ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E): $y'' + y = 2x^2 e^x$

- ១) ចូរស្រាយថាអនុគមន៍ g កំណត់ដោយ $g(x) = (x-1)^2 e^x$ ជាចម្លើយមួយរបស់សមីការ(E) ។
- ២) រកចម្លើយទូទៅរបស់សមីការ(E) ។

IV-គេឲ្យអេលីប (E): $25x^2 + 16y^2 - 100x - 32y - 284 = 0$ ។

- ១) រកកូអរដោនេផ្ចិត-កំពូល និង កំណុំរបស់អេលីបខាងលើ ។
- ២) ចូរសង់អេលីប (E) នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

V-គេឲ្យ f កំណត់លើចន្លោះ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = x + 1 - 2 \ln x$ មានក្រាប C នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

- ១) ចូររកលីមីតនៃ f ត្រង់ $+\infty$ និងត្រង់ 0 ខាងស្តាំ។ ទាញបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប C ។
- ២) រកដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ ។ ទាញរកតម្លៃអប្បបរមាធៀបនៃអនុគមន៍ f រួចសង់តារាងអថេរភាព។

៣) គណនាតម្លៃ $f(1)$ រួចសរសេរសមីការនៃបន្ទាត់ (T) ដែលប៉ះនឹងខ្សែកោង C ត្រង់ចំណុច $x=1$ ។

៤) ចូរបង្ហាញថាគេមិនអាចគូសបន្ទាត់ប៉ះនឹងខ្សែកោង C ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ (T) បានទេ ។

៥) គណនា $f(e)$ និង $f(\frac{7}{2})$ រួចគូសក្រាប C ។ គេយក $e = 2.7, \ln 2 = 0.7, \ln 7 = 1.95$ ។

៦) ចូរស្រាយថា $F(x) = \frac{x^2}{2} + 3x - 2x \ln x$ ជាព្រឹត្តិមីទីរមួយនៃ f លើចន្លោះ $(0, +\infty)$ ។

៧) រកផ្ទៃក្រឡា S_a នៃផ្ទៃក្នុងខ្នងដោយក្រាប C និងបន្ទាត់ T និងបន្ទាត់ឈរ $x=a, x=1$ ដែល $0 < a < 1$ ។ គណនាលីមីតនៃ S_a កាលណា a ខិតជិតសូន្យខាងស្តាំ ។

VI-ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឲ្យ $A(1, 2, 3), B(0, 4, 1), C(-1, 5, 1)$ និង $D(2, -1, -2)$

១) គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\vec{AB} \times \vec{AC}$ រួចទាញថាបីចំណុច A, B, C មិនស្ថិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ ។

គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។

២) រកសមីការប្លង់ (ABC) និងសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (OD) ។ ស្រាយថាបន្ទាត់ (OD) ស្របនឹងប្លង់ (ABC) ។

៣) រកសមីការស្វ៊ែ (S) មានផ្ចិត D ហើយកាត់តាមគល់ O ។

៤) បង្ហាញថាស្វ៊ែ (S) ប៉ះនឹងប្លង់ (ABC) ត្រង់ចំណុច E រួចកំណត់កូអរដោនេ នៃចំណុចប៉ះ E ។

៥) គណនាផលគុណស្កាលែ $(\vec{AB} \times \vec{AC}) \cdot \vec{AD}$ រួចគណនាមាឌនៃតេត្រាអែត ABCD ។

ទាញរកចម្ងាយពីចំណុច D ទៅប្លង់ (ABC) ។

វិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាជ្រើសរើសទី១៧

រៀបរៀងដោយ លីម ផល្គុន

Tel: 017 250 290

សម្រាប់រៀបរៀងប្រឡងសញ្ញាបត្រទុតិយភូមិឆ្នាំ២០១៧

I-នៅក្នុងប្រអប់ A មានសៀវភៅពីជគណិត ៣ក្បាល និង ធរណីមាត្រ ៤ក្បាល ហើយប្រអប់ B មានសៀវភៅពីជគណិត ៥ក្បាល និង ធរណីមាត្រ ៣ក្បាល ។ គេចាប់យកសៀវភៅមួយពីប្រអប់ A ដាក់ចូលប្រអប់ B ហើយចាប់យកសៀវភៅមួយពីប្រអប់ B ដាក់ចូលប្រអប់ A វិញ ។ រកប្រូបាបដែលចំនួនសៀវភៅទាំងពីជគណិត និង ធរណីមាត្រនៅក្នុងប្រអប់ទាំងពីរមិនប្រែប្រួល ។

II-អេលីប (E) មួយមានផ្ចិត $A(1, -2)$ កំណុំ $F_1(1 - \sqrt{5}, -2)$; $F_2(1 + \sqrt{5}, -2)$ និងអក្សរធំប្រវែង ៦ឯកតា។

១) រកសមីការស្តង់ដារនៃអេលីប E ។

២) រកកូអរដោនេកំពូល ហើយសង់អេលីប E ។

III-អនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះ $x \neq 1$ ដោយ $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 + 3x - 1}{x - 1}$

១) កំណត់ចំនួនពិត a, b, c, d ដើម្បីឲ្យ $f(x) = ax^2 + bx + c + \frac{d}{x - 1}$ ។

២) គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int_{-1}^0 f(x) \cdot dx$ ។

IV-១) រកចម្លើយទូទៅនៃសមីការ $y'' + 4y = 0$ (E) ។

២) រកអនុគមន៍ g ដែលជាចម្លើយមួយនៃ (E) បើគេដឹងថា $g(\frac{\pi}{4}) = \frac{2}{3}$ និង $g'(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{3}$ ។

V-ចំណុច $A(-2, 3, 0)$ និងវ៉ិចទ័រ $\vec{u} = \vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$ នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

១) រកសមីការឆ្លុះនៃបន្ទាត់ L ដែលកាត់តាម $A(-2, 3, 0)$ ហើយស្របនឹង \vec{u}

២) រកកូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{n} = \vec{OA} \times \vec{u}$ ។ រកសមីការប្លង់ P ដែលកាត់តាម A និងមានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ \vec{n} ។

៣) រកចម្ងាយពីចំណុច $B(1, 1, 1)$ ទៅប្លង់ P ។ រកសមីការស្វ៊ែរ S ដែលមានផ្ចិត B ហើយប៉ះនឹងប្លង់ P ។

VI-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = e^x(-x^2 + 2x - 1)$ ហើយមានក្រាប C ។

១) គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប C ។

២) គណនាដេរីវេ $f'(x)$ សិក្សាសញ្ញាដេរីវេ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៣) គណនា $f(-2), f(0)$ និង $f(2)$ ។ សង់ក្រាប C ក្នុងតម្រុយ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

៤) គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃក្នុងដែលខណ្ឌដោយក្រាប C , អក្សរអាប់ស៊ីស និងអក្សរអេដោនេ ។

វិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាជ្រើសរើសទី១៨

រៀបរៀងនិងបោះពុម្ពដោយ លីម ផល្គុន

Tel: 017 250 290

សម្រាប់រៀនប្រឡងសញ្ញាបត្រទុតិយភូមិឆ្នាំ២០១៧

I-អនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1 + \cos 2x}}{x \sin x + x^2}$ ចំពោះ $x \neq 0$ និង $f(0) = \frac{1}{8} \ln(\sqrt{a})$ ។

កំណត់ចំនួនពិតវិជ្ជមាន a ដើម្បីឲ្យ f ជាអនុគមន៍ជាប់នៅត្រង់ $x=0$

II-គេមានក្រាប $(c_1): y = f(x) = ax + b + e^{x-1}$ និង $(c_2): y = g(x) = 1 - x \ln x$ ។

កំណត់ចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឲ្យ (c_1) និង (c_2) ប៉ះគ្នានៅត្រង់ចំណុច $M(1, 1)$ ។

III-គេឲ្យប៉ារ៉ាបូល $(p): y = f(x) = x^2 - 2x + 2$ ហើយ A និង B ជាចំណុចពីរផ្សេងគ្នាមានអាប់ស៊ីស a និង b រៀងគ្នាស្ថិតនៅលើ (p) ។

ក) ចូរសង់ប៉ារ៉ាបូល (p) ខាងលើក្នុងតម្រុយ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

ខ) ចូរបង្ហាញថា $f(b) - f(a) = (b - a) f'(\frac{a+b}{2})$ ។

គ) ស្រាយតាមបែបធរណីមាត្រនូវសមភាព $f(b) - f(a) = (b - a) f'(\frac{a+b}{2})$ ។

IV-គេឲ្យ $y = \frac{1 + \ln x}{1 - \ln x}$ ដែល $x > 0$ និង $x \neq e$ ។

គណនាឌីផេរ៉ង់ស្យែល dy រួចទាញបញ្ជាក់ថា $2x \frac{dy}{dx} = (1 + y)^2$

V-អនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះ $x > 0$ ដោយ $y = f(x) = 1 - \frac{2 \ln x}{x}$ ហើយមានក្រាប C ។

១-រក $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និង អាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប C ។

២-គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ហើយសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៣-សង់ក្រាប C នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរមេ (o, \vec{i}, \vec{j}) មួយ ។ គេឲ្យ $e = 2.7, \frac{2}{e} = 0.7$

៤-គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃក្រឡាប្លង់កំណត់ដោយក្រាប C អាស៊ីមតូតដេក បន្ទាត់ឈរ $x=1$ និង $x=e$ ។

VI-ក្នុងតម្រុយអរតូនរម័លមានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឲ្យចំណុច $A(1, 2, 3); B(2, 3, -6); C(-2, 1, -2)$ និង $D(0, 4, 0)$ ។

១) គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\vec{BC} \times \vec{BD}$ រួចទាញថាបីចំណុច B, C, D មិននៅត្រង់គ្នា ។

គណនាផ្ទៃក្រលានៃត្រីកោណ BCD រួចកំណត់សមីការប្លង់ (BCD) ។

២) គណនាមាឌតេត្រាអែត $ABCD$ រួចទាញរកចម្ងាយពីចំណុច A ទៅប្លង់ (BCD) ។

៣) H ជាចំណោលកែងនៃ A លើប្លង់បាត (BCD) ។ កំណត់សមីការបន្ទាត់ (AH) រួចរកកូអរដោនេ H ។

វិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាជ្រើសរើសទី១៩
រៀបរៀងនិងបោះពុម្ពដោយ លីម ផល្គុន
 Tel: 017 250 290
សម្រាប់រៀបរៀងប្រឡងសញ្ញាបត្រទុតិយភូមិន្ទឆ្នាំ២០១៧

I-គេឲ្យសំណុំ $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ។ គេបង្កើតចំនួនមានលេខ 3 ខ្ទង់ដែលលេខទាំងបីខ្ទង់នោះជាលេខខុសៗគ្នាយកចេញពីក្នុងសំណុំ E ។

- ១) រកចំនួនទាំងអស់ដែលអាចបង្កើតបាន ។
- ២) គេជ្រើសរើសយកចំនួនមួយពីក្នុងចំណោមចំនួនទាំងអស់ដែលបានបង្កើតខាងលើដោយចៃដន្យ ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

- ក. A : ជ្រើសរើសបានចំនួនគត់សេស ។
- ខ. B : ជ្រើសរើសបានចំនួនដែលជាការប្រាកដនៃចំនួនគត់ ។
- គ. C : ជ្រើសរើសបានចំនួនដែលជាការប្រាកដដោយដឹងថាជាចំនួនសេស ។

II-កំនត់អនុគមន៍ដឺក្រេទីពីរដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌលីមីតទាំងពីរ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x^2 - 1} = 1$ (i) និង $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^2 - 1} = -1$ (ii)

III-ចូរដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $2y'' - 3y' + y = x^2$ ។

IV-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = \frac{1 + \ln x}{x}$

គេតាង (C) ជាក្រាបរបស់អនុគមន៍ f សង់ក្នុងតម្រុយអរតូនរមេ (o, \vec{i}, \vec{j}) (1 ឯកតាលើអ័ក្សស្មើ $2cm$) ។

- 1-គណនាលីមីតរបស់ f កាលណា x ខិតជិត $+\infty$ ។ បកស្រាយតាមក្រាភិចលទ្ធផលនោះ ។
- 2-គណនាលីមីតរបស់ f កាលណា x ខិតជិត 0 ។ បកស្រាយតាមក្រាភិចលទ្ធផលនោះ ។

- 3-a) បង្ហាញថាចំពោះគ្រប់ $x \in (0, +\infty)$ គេបាន $f'(x) = -\frac{\ln x}{x^2}$ ។
- b) សិក្សាសញ្ញារបស់ $f'(x)$ ។

4-កំណត់កូអរដោនេចំណុចប្រសព្វ A រវាង (C) និងអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។ សង់ក្រាប (C) ។

5-គេឲ្យ F ជាអនុគមន៍កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $F(x) = \ln x + \frac{1}{2}(\ln x)^2$

- a) បង្ហាញថា F ជាព្រីមីទីវមួយរបស់ f ។
- b) គណនា $I = \int_1^4 f(x) dx$ (គេឲ្យតម្លៃពិតរបស់ I ជាអនុគមន៍នៃ $\ln 2$)

V-គេឲ្យប្លង់ (P) កាត់តាមចំណុច $A(4, -2, 2)$ មានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{n} = (1, 2, 2)$ ហើយបន្ទាត់មានសមីការ

$$(L): \frac{x-1}{-1} = \frac{y-4}{4} = z-2$$

ក-កំណត់សមីការនៃប្លង់ (P) រួចគណនាកូអរដោនេចំណុច M ជាប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ (L) និងប្លង់ (P) ។

ខ-យក B, C, D ជាប្រសព្វរវាងប្លង់ (P) ជាមួយអ័ក្សទាំងបីនៃលំហគឺ $(ox), (oy), (oz)$ រៀងគ្នា ។

ចូរស្រាយថាចតុកោណ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាមរួចគណនាផ្ទៃក្រលារបស់វា ។

គ-គេឲ្យ $S(2, -6, -2)$ ។ បង្ហាញថាបន្ទាត់ (SA) អត់កូណាល់នឹង ប្លង់ $(ABCD)$ ។

គណនារង្វាស់ SA រួចទាញរកមាឌនៃពីរ៉ាមីត $SABCD$ ។

វិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាជ្រើសរើសទី២០

រៀបរៀងដោយ លីម ផល្គុន

Tel: 017 250 290

សម្រាប់រៀនប្រឡងសញ្ញាបត្រទុតិយភូមិឆ្នាំ២០១៧

I-គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $a = 2\sqrt{3} - 2i$ និង $b = -\sqrt{2} + i\sqrt{2}$ ។

១) ចូរសរសេរ $Z = a^2 + b^2 + 4ai + \sqrt{2}b$ ជាទម្រង់ពីជគណិត ។

២) ចូរសរសេរ a, b និង ab ជារាងត្រីកោណមាត្រ ។

II-គណនាលីមីត $A = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\tan^2 x - (2 + \sqrt{3})\tan x + 2\sqrt{3}}{\sin x - \sqrt{3}\cos x}$ និង $B = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 + x}{\sqrt{x^2 + 3} - \sqrt{2x + 2}}$ ។

III-គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = \frac{ax^2 + bx + 3}{x^2 + 4}$

ចូរកំណត់តម្លៃនៃចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឱ្យអនុគមន៍ f មានចំណុចបរមាតែមួយគត់ ហើយខ្សែកោងរបស់វាមានបន្ទាត់មានសមីការ $y = 2$ ជាអាស៊ីមតូតដេក ។

IV-គេដាក់ឃ្លីក្រហម 5 និងឃ្លីខៀវ 15 ចូលក្នុងថង់មួយ ។ ឃ្លីបីត្រូវយកចេញដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាប ៖

- ក) ឃ្លីទាំងបីសុទ្ធតែពណ៌ក្រហម
- ខ) ឃ្លីពីរគត់ពណ៌ក្រហម
- គ) យ៉ាងតិចឃ្លីពីរពណ៌ក្រហម
- ឃ) យ៉ាងតិចឃ្លីមួយពណ៌ខៀវ ។

V-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = x^2 - 8x + 7 + 6\ln x, x > 0$

តាង (C) ជាក្រាបតាងអនុគមន៍ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

១) ចូរកលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ។

២) គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣) គណនា $f(\frac{1}{2}), f(2), f(4)$ និង $f(5)$ រួចសង់ក្រាប (C) ។ (គេឲ្យ $\ln 2 = 0.7, \ln 3 = 1.1, \ln 5 = 1.6$)

VI-ក្នុងតម្រុយអរតូណម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានចំណុច $A(1, 2, 3)$ និងប្លង់ $(\alpha): x + 2y - 2z - 8 = 0$ ។

ក-កំណត់សមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (Δ) គូសចេញពីចំណុច A ហើយកែងនឹងប្លង់ (β) ត្រង់ចំណុច H ។

ខ-គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច H និងចំណុច A' ឆ្លុះគ្នានឹង A ធៀបនឹងប្លង់ (α) ។

គ-កំណត់សមីការប្លង់ (β) កាត់តាមចំណុច A' ហើយស្របនឹងប្លង់ (α) ខាងលើ ។

វិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាជ្រើសរើសទី២១

រៀបរៀងនិងបោះពុម្ពដោយ លីម ផល្គុន

Tel: 017 250 290

សម្រាប់រៀបរៀងប្រឡងសញ្ញាបត្រទុតិយភូមិឆ្នាំ២០១៧

I-គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = \frac{\sqrt{6-i}\sqrt{2}}{2}$ និង $z_2 = 1-i$

ក. ចូរសរសេរ z_1, z_2 និង $Z = \frac{z_1}{z_2}$ ជាពហុគុណត្រីកោណមាត្រ។

ខ. ចូរសរសេរ $Z = \frac{z_1}{z_2}$ ជាពហុគុណពិជគណិត។

គ. ទាញអោយបានថា $\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ និង $\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ ។

II-ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្សប្រុស១០នាក់ និង សិស្សស្រី១៥នាក់ ។ គេជ្រើសរើសសិស្ស៤នាក់ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍

- ១) A: ជ្រើសរើសបានសិស្ស២នាក់និងស្រី២នាក់ ។
- ២) B: ជ្រើសរើសបានសិស្សប្រុសទាំង៤នាក់ ។
- ៣) C: ជ្រើសរើសបានសិស្សស្រីយ៉ាងតិច១នាក់។

III-គណនាអាំងតេក្រាលក) $\int_1^2 (3x^2 + 4x + 1) dx$ ខ) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin^2 x dx$

IV-ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល ក) $y'' + y' - 2y = 0$ ខ) $4y'' - 4y' + y = 0$

V-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = (-2x+2)e^{x-\frac{x^2}{2}}$

- ១) សិក្សាលីមីតនៃ f ត្រង់ $\pm\infty$ រួចបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប(C) តំណាងអនុគមន៍ $y = f(x)$ ។
 - ២) គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។
 - ៣) រកកូអរដោនេនៃចំណុច I ជាប្រសព្វរវាងក្រាប(C) និងអ័ក្ស (ox) កំណត់សមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងក្រាប(C) ត្រង់ចំណុច I ។
 - ៤) ចូរស្រាយថា I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប(C) ។
 - ៥) គណនា $f(-1)$ និង $f(3)$ រួចសង់ក្រាប(C) ក្នុងតម្រុយ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។
 - ៦) គណនាផ្ទៃក្រឡានៃផ្ទៃក្នុងខណ្ឌដោយក្រាប(C) និងអ័ក្ស (ox) និងបន្ទាត់ឈរ $x = -1, x = 2$ ។
- គេឲ្យ $e = 2.7$ និង $e^{-\frac{3}{2}} = 0.23$ ។

VI-ក្នុងលំហមានតំរុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ (ឯកតា $1cm$ នៅលើអ័ក្ស)

គេឱ្យបីចំនុច $A(-2, -3, 7)$, $B(2, -1, 5)$ និង $C(4, -2, 3)$ ។

ក-ចូរសរសេរសមីការប្លង់ (ABC) ។

ខ-ពីគល់ O គេគូសបន្ទាត់ (OH) កែងនឹងប្លង់ (ABC) ដែល $H \in (ABC)$ ។ គណនាកូអរដោនេនៃចំនុច H ។

វិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាជ្រើសរើសទី២២
រៀបរៀងនិងបោះពុម្ពដោយ លីម ផល្គុន
 Tel: 017 250 290
សម្រាប់រៀបចំប្រឡងសញ្ញាបត្រទុតិយភូមិឆ្នាំ២០១៧

I-គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $z = 1 + \cos \frac{2\pi}{9} + i \sin \frac{2\pi}{9}$ ។ ចូរសរសេរ z និង z^4 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

II-គេឲ្យអនុគមន៍ $y = f(x) = (-x^2 + 5x - 7)e^x$

- ១) គណនាដេរីវេ $f'(x)$ និង $f''(x)$ ។
- ២) រកតម្លៃអតិបរមា និង អប្បបរមានៃ f ។

III-ក្នុងចំងាយមានប៊ូលក្រហម 5 គ្រាប់ចុះលេខ 1, 2, 3, 4, 5 និងប៊ូលខ្មៅ 4 គ្រាប់ចុះលេខ 6, 7, 8, 9 ។ គេចាប់យកប៊ូល 3 គ្រាប់ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងចំងាយនោះដោយចៃដន្យ ។ គេតាងព្រឹត្តិការណ៍ ៖

- « A: ចាប់បានប៊ូលចុះលេខគូ 2 គ្រាប់ »
- « B: ចាប់បានប៊ូលពណ៌ដូចគ្នា 2 គ្រាប់ »
- « C: ចាប់បានប៊ូលចុះលេខបង្កើតបានជាស្មីតនព្វន្តមានផលសងរួម $d=3$ »

- ១) ចូរគណនាប្រូបាប $P(A), P(B), P(C)$ ។
- ២) ចូរគណនាប្រូបាប $P(A \cup C)$ និង $P(B \cup C)$ ។

IV-គេឲ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E): y'' + y = 2x^3 e^x$

- ១) រកចំនួនពិត a, b, c និង d ដោយដឹងថា $g(x) = (ax^3 + bx^2 + cx + d)e^x$ ជាចម្លើយមួយរបស់សមីការ (E) ។
- ២) ដោះស្រាយសមីការ $(F): y'' + y = 0$ រួចទាញរកចម្លើយទូទៅរបស់សមីការ (E) ។

V-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = x^2 - 8x + 7 + 6 \ln x, x > 0$

តាង (C) ជាក្រាបតាមអនុគមន៍ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

- ១) ចូរកលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ។
- ២) គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។
- ៣) គណនា $f(\frac{1}{2}), f(2), f(4)$ និង $f(5)$ រួចសង់ក្រាប (C) ។ (គេឲ្យ $\ln 2 = 0.7, \ln 3 = 1.1, \ln 5 = 1.6$)

VI-គេឱ្យប្លង់ពីរដែលមានសមីការរៀងគ្នា $(P): 2x - 2y + z - 1 = 0$ និង $(Q): -2x + 2y - z - 17 = 0$

- ក-បង្ហាញថាប្លង់ (P) ស្របជាមួយនឹងប្លង់ (Q) ។ រួចគណនាចំងាយរវាងប្លង់ពីរនេះ ។
- ខ-ផ្ទៀងផ្ទាត់ថាចំនុច $A(1, 2, 3)$ ស្ថិតនៅក្នុងប្លង់ (P) ។

ពីចំណុច A គេគូសបន្ទាត់ $(AH) \perp (Q)$ ដោយ $H \in (Q)$ ។ សរសេរសមីការប្លង់មេដ្យាទរនៃអង្កត់ $[AH]$



I-គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $z = 2 + 2i\sqrt{3}$ និង $w = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ ។

ចូរសរសេរ $z, w, z \times w$ និង $\frac{z}{w}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

II-គេឲ្យសំណុំ $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ គេបង្កើតចំនួនមានលេខ 3 ខ្ទង់ដែលលេខទាំងបីខ្ទង់នោះជាលេខខុសៗគ្នាយកចេញពីក្នុងសំណុំ E ។

- ១) រកចំនួនទាំងអស់ដែលអាចបង្កើតបាន ។
- ២) គេជ្រើសរើសយកចំនួនមួយពីក្នុងចំណោមចំនួនទាំងអស់ដែលបានបង្កើតខាងលើដោយចៃដន្យ ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

- ក. A : ជ្រើសរើសបានចំនួនគត់សេស ។
- ខ. B : ជ្រើសរើសបានចំនួនដែលជាការប្រាកដនៃចំនួនគត់ ។
- គ. C : ជ្រើសរើសបានចំនួនដែលជាការប្រាកដដោយដឹងថាជាចំនួនសេស ។

III-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = 1 + x^2 e^{-x}$ មានក្រាប C ។

- ១) ចូររកលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប C ។
- ២) គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។
- ៣) គណនា $f(-1), f(1)$ និង $f(3)$ រួចសង់ក្រាប C ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។
(គេយក $e = 2.7, e^{-1} = 0.4, e^{-3} = 0.1$) ។
- ៤) គណនាផ្ទៃក្រឡា $S(\lambda)$ នៃផ្ទៃក្នុងកំណត់ដោយក្រាប C អាស៊ីមតូតដេក និងបន្ទាត់ឈរ $x = 0, x = \lambda > 0$ ទាញរកលីមីត $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda)$ ។

IV-ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឱ្យប្លង់ (P) មួយកាត់តាមចំនុច $A(3, 2, -4)$

ហើយមានរ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{n} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$ ។

- ក-ចូរសរសេរសមីការប្លង់ (P) ខាងលើ ។
- ខ-ពីចំនុច $B(2, 3, 4)$ គេគូសបន្ទាត់ (BH) កែងនឹងប្លង់ (P) ។
($H \in (P)$) ។ គណនាកូអរដោនេនៃចំនុច H រួចទាញរកចំងាយពីចំនុច B ទៅប្លង់ (P) ។

វិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាជ្រើសរើសទី២៤

រៀបរៀងនិងបោះពុម្ពដោយ លីម ផល្គុន

Tel: 017 250 290

សម្រាប់រៀនប្រឡងសញ្ញាបត្រទុតិយភូមិន្ទឆ្នាំ២០១៧

I-ក្នុងចំណោមមូលក្រហម៥មានចុះលេខ១,២,៣,៤,៥និងមូលខៀវ៤ មានចុះលេខ៦,៧,៨,៩ ។

គេចាប់យកមូល២គ្រាប់ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងចំណោមដោយចៃដន្យ ។គេតាងព្រឹត្តិការណ៍ ៖

« A : ចាប់បានមូលពណ៌ដូចគ្នា » , « B : ចាប់បានមូលចុះលេខគូ »

« C : ចាប់បានមូលដែលផលបូកលេខចុះលើមូលទាំង២ចែក ជាចំនឹង៣ »

១) គណនាប្រូបាប P(A), P(B) និង P(C) ។

២) គណនាប្រូបាប P(A ∩ B), P(B ∩ C), P(A ∩ B ∩ C) និង P(A ∩ B ∩ C)

៣) គណនាប្រូបាប P(A ∪ B), P(A ∪ C), P(B ∪ C) និង P(A ∪ B ∪ C)

II-ចូរគណនាលីមីត ៖ $A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{\cos 2x}}{x^2}$ និង $B = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x \sin x} - \frac{\cot x}{x} \right)$

III-គេឲ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E): $y'' - 2y' + y = 6xe^x$ ។

១) ចូរស្រាយថា $f(x) = x^3e^x$ ជាចម្លើយមួយរបស់សមីការ(E) ។

២) ដោះស្រាយសមីការ (F): $y'' - 2y' + y = 0$ រួចទាញរកចម្លើយទូទៅរបស់សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល(E) ។

IV-ផ្នែក A: គេមានអនុគមន៍ g កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $g(x) = x^2 - 1 + 2 \ln x$ ។

១) ស្រាយបញ្ជាក់ថា g ជាអនុគមន៍កើនជាប់ខាតលើ $(0, +\infty)$ ។ គណនា g(1) ។

២) ទាញបញ្ជាក់សញ្ញារបស់ g(x) លើចន្លោះ (0,1) និង (1, +∞) ។

ផ្នែក B: គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = x - 1 - \frac{1 + 2 \ln x}{x}$

តាង (c) ជាក្រាបរបស់វានៅក្នុងតម្រុយអរតូណម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

១) សិក្សាលីមីតនៃ f ត្រង់ 0^+ និង $+\infty$ ។

២) ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(\Delta): y = x - 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (c) កាលណា x ខិតជិត $+\infty$ ។

បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (c) និង (Δ) ។

៣) ស្រាយបញ្ជាក់ថាដេរីវេនៃអនុគមន៍ f គឺ $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ។ (គេយក $e = 2.72, \frac{1}{e} = 0.36, \ln 2 = 0.69$)

៤) ដោយប្រើលទ្ធផលសំណួរ A ចូរសិក្សាសញ្ញានៃ f'(x) លើចន្លោះ $(0, +\infty)$ ។ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥) រក $f(\frac{1}{e}), f(2)$ និង $f(e)$ ។ រួចទាញសមីការ $f(x) = 0$ មានឫសពីរ α និង β ដែល $\frac{1}{e} < \alpha < 1$ និង $2 < \beta < e$ ។

៦) ចូរគូសក្រាប (c) និងបន្ទាត់ (Δ) ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាខណ្ឌដោយ (c) និង (Δ) និងបន្ទាត់ឈរ $x = 1, x = e$ ។

V-តម្រុយអរតូណម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឲ្យ $A(2,2,1), B(3,1,1), C(-2,4,5)$ និង $D(1,-1,0)$ ។

ក-គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\vec{BA} \times \vec{BC}$ រួចទាញថាបីចំណុច A, B, C មិនស្ថិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ ។

គណនាផ្ទៃក្រឡានៃ ΔABC ។

ខ-កំណត់សមីការប្លង់ (ABC) ។ គ-គណនា $(\vec{BA} \times \vec{BC}) \cdot \vec{BD}$ រួចទាញរកមាឌនៃតេត្រាអែត ABCD ។

ឃ-ទាញរកចម្ងាយពីចំណុច D ទៅប្លង់ (ABC) ។

វិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាជ្រើសរើសទី២៥

រៀបរៀងនិងបោះពុម្ពដោយ **លីម ផល្គុន**

Tel: 017 250 290

សម្រាប់រៀនប្រឡងសញ្ញាបត្រទុតិយភូមិឆ្នាំ២០១៧

I-គណនាលីមីត ក) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 - 5x + 5}{x^2 - 4x + 3}$ ខ) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos 2x}}{2x^2}$ គ) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{7}} \frac{2 \sin(x - \frac{\pi}{7})}{7x - \pi}$

II-គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z = a + ib$ ដែល a និង b ជាពីរចំនួនពិតផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនង $(1 - i\sqrt{3})a + (\sqrt{3} + i)b = 2$

- ១) ចូរកំណត់ចំនួនពិត a និង b ។
- ២) ចូរសរសេរ z និង z^{2017} ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

III-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{បើ } x \geq 1 \\ 2x - 1 & \text{បើ } x < 1 \end{cases}$

ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា f ជាអនុគមន៍មានដេរីវេត្រង់ $x = 1$ ។

IV-គេឲ្យ $g(x) = \frac{2x^2 + 9x + 12}{x^2 + 3x + 2}$ ដែល $x \neq -1$ និង $x \neq -2$ ។

- ១) កំណត់បីចំនួនពិត A, B និង C ដែល $g(x) = A + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x+2}$ ។
- ២) គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int \frac{2x^2 + 9x + 12}{x^2 + 3x + 2} dx$ ។

V-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = (x-2)e^x$ ។

(C) ជាក្រាបតាងអនុគមន៍ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

- ១) គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតដេករបស់ក្រាប(C) ។
- ២) គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។
- ៣) គណនា $f(-2)$, $f(-1)$, $f(0)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាប(C) ។
- ៤) គណនាផ្ទៃក្រឡានៃផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយក្រាប(C) និងអ័ក្សអាប់ស៊ីសនិងបន្ទាត់ឈរ $x = 0$, $x = 2$ ។

VI-នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឲ្យប្លង់(P): $x + 2y + 2z - 4 = 0$ ។

- តាង A, B និង C ជាចំណុចប្រសព្វរវាងប្លង់(P) ជាមួយអ័ក្ស (ox) , (oy) និង (oz) រៀងគ្នា ។
- ក) ចូរគណនាកូអរដោនេនៃចំណុច A, B និង C រួចសង់ចំណុចនេះ។
- ខ) គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\vec{AB} \times \vec{AC}$ រួចរកផ្ទៃក្រឡានៃ ΔABC ។
- គ) គណនាផលគុណស្កាលែ $(\vec{AB} \times \vec{AC}) \cdot \vec{AO}$ ។ ទាញរកមាឌចតុមុខ $OABC$ ។
- ឃ) សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃស្វ៊ែរ(S) ចារឹកក្រៅចតុមុខ $OABC$ រួចបញ្ជាក់កូអរដោនេផ្ចិត និងកាំរបស់ស្វ៊ែរ(S) ផង។

វិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាជ្រើសរើសទី២៦

រៀបរៀងដោយ លីម ផល្គុន

Tel: 017 250 290

សម្រាប់រៀនប្រឡងសញ្ញាបត្រទុតិយភូមិឆ្នាំ២០១៧

I-គណនាលីមីត $A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - 1}{x}$ $B = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2 - e^x)(3e^x + 1)}{e^x(x + 6e^x)}$

II-គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ $f(x) = \sqrt{\ln x}$ និង $g(x) = 3 \sin x - \sin^3 x$

III-គេមានចំនួនកុំផ្លិច $u = 1 + i\sqrt{3}$ និង $v = \sqrt{3} + i$ ។

១) គេតាង $z = u + v$ ។ ចូរស្រាយថា $z = (1 + \sqrt{3})(1 + i)$ ។

២) ចូរសរសេរ u, v និង z ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

IV-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{4x^2 - x - 2}{x^2(x+1)}$ ដែល $x \neq 0$ និង $x \neq -1$ ។

១) កំណត់បីចំនួនពិត a, b និង c ដើម្បីឲ្យបាន $f(x) = \frac{a}{x} + \frac{b}{x^2} + \frac{c}{x+1}$ គ្រប់ $x \neq 0$ និង $x \neq -1$ ។

២) គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int \frac{4x^2 - x - 2}{x^2(x+1)} \cdot dx$ ។

V-នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឲ្យប្លង់

$$(P): x + 2y + 2z - 6 = 0 \text{ និង បន្ទាត់ } (L): \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = -1 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

១) គណនាកូអរដោនេ G ជាប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ (L) និងប្លង់ (P) ។

២) ប្លង់ (P) ប្រសព្វអ័ក្ស $(ox), (oy)$ និង (oz) រៀងគ្នាត្រង់ A, B និង C ។ ចូរកំណត់កូអរដោនេ A, B និង C ។

៣) ចូរផ្ទៀងផ្ទាត់ថា $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$ ។ តើ G តាងអ្វីចំពោះត្រីកោណ ABC ?

៤) គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\vec{AB} \times \vec{AC}$ រួចគណនាផ្ទៃក្រឡានៃ ΔABC

៥) S ជាចំណុចមានអាប់ស៊ីស $x_s = 3$ ហើយស្ថិតនៅលើបន្ទាត់ (L) កំណត់កូអរដោនេនៃ S

រួចគណនាមាឌចតុមុខ $SABC$ ។

VI-គេឲ្យ f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ ។

(c) ជាក្រាបតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

១) រកលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ រួចបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ និង អាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប(c) ។

២) គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៣) ចូរសង់ក្រាប(c) ។ គេយក $e = 2.7, \ln 2 = 0.7$ ។

វិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាជ្រើសរើសទី២៧

រៀបរៀងដោយ លីម ផល្គុន

Tel: 017 250 290

សម្រាប់រៀនប្រឡងសញ្ញាបត្រទុតិយភូមិឆ្នាំ២០១៧

I-គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = \frac{1+3i}{2+i}$ និង $z_2 = \frac{3+i}{1+2i}$ ។

១) ចូរសរសេរ z_1 និង z_2 ជាទម្រង់ពីជគណិតរួចទាញថា z_1 និង z_2 ជាចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់គ្នា ។

២) ចូរសរសេរ z_1 និង z_2 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

៣) កំណត់ពីរចំនួនពិត a និង b ដោយដឹងថា $az_1 + bz_2 = \frac{1+5i}{i}$ ។

II-គណនាលីមីត $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 4x + 1}{x^3 - 1}$, $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \sin^2 x}{x^2 - x \sin x}$ និង $C = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 \sin(x - \frac{\pi}{6})}{\pi - 6x}$

III-គេឲ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E): y'' - 6y' + 5y = 0$ ។

១) រកចម្លើយទូទៅរបស់សមីការ (E) ។

២) រកចម្លើយពិសេសរបស់សមីការ (E) បើ $y(0) = 2$, $y'(0) = 6$ ។

IV-គេឲ្យអនុគមន៍ g កំណត់ដោយ $g(x) = \frac{2x+1}{x^2(x+1)^2}$ ដែល $x \neq 0, x \neq -1$ ។

១) ចូរស្រាយថាអនុគមន៍ g អាចសរសេរ $g(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+1)^2}$ ។

២) គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int_1^2 \frac{2x+1}{x^2(x+1)^2} dx$ ។

V-នៅក្នុងចង្កោមមានប៊ូលក្រហម 5 ចុះលេខពី ១ ដល់ ៥ និង ប៊ូលខ្មៅ 4 ចុះលេខពី ៦ ដល់ ៩ ។

គេចាប់យកប៊ូល 1 គ្រាប់ចេញពីក្នុងចង្កោមដោយចៃដន្យ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

១) A : ចាប់បានប៊ូលចុះលេខសេស។

២) B : ចាប់បានប៊ូលចុះលេខជាពហុគុណនៃ 3 ។

៣) C : ចាប់បានប៊ូលចុះលេខសេសដោយដឹងថាជាលេខពហុគុណនៃ 3 ។

៤) D : ចាប់បានប៊ូលចុះលេខសេសឬជាប៊ូលមានពណ៌ក្រហម។

VI-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{e^x - x}{x}$ ដែល $x \neq 0$ និង $x \in \mathbb{R}$

១) សិក្សាលីមីតនៃ f កាលណា $x \rightarrow 0$ និង $x \rightarrow \pm\infty$ រួចបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតយេរ និង អាស៊ីតតូតទ្រេតនៃក្រាប C តាង f ។

២) គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣) រក $f(-2)$, $f(-1)$, $f(1)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាប C ។ គេយក $e^{-1} = 0.4$, $e^{-2} = 0.2$, $e = 2.7$ និង $e^2 = 7.3$ ។

VII-ក្នុងតម្រុយអរតូណូម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានប្លង់ចំណុច $A(4,0,0)$, $B(0,-2,0)$, $C(0,0,2)$ និង $D(4,2,2)$ ។

១) បង្ហាញថាចតុកោណ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

២) ចូរកំណត់សមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (BC) និងសមីការនៃប្លង់ (ABC)

៣) យក H ជាចំណោលកែងនៃ A លើបន្ទាត់ (BC) ។ រកកូអរដោនេនៃចំណុច H រួចគណនា AH និងផ្ទៃក្រលាប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ ។

៤) គេមានចំណុច $S(1,6,-6)$ ។ បង្ហាញថាបន្ទាត់ (SA) កែងនឹងប្លង់ $(ABCD)$ រួចគណនាមាឌនៃពីរ៉ាមីត $SABCD$ ។

វិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាជ្រើសរើសទី២៨

រៀបរៀងដោយ លីម ផល្គុន

Tel: 017 250 290

សម្រាប់រៀនប្រឡងសញ្ញាបត្រទុតិយភូមិឆ្នាំ២០១៧

I-គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $x = \frac{\sqrt{3}+i}{2}$ និង $y = \frac{\sqrt{3}-i}{2}$

១) ចូរសរសេរ $z = x + iy$ ជាទម្រង់ពីជគណិតរូបគណនាម៉ូឌុល $r = |z|$ ។

២) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $z = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$ រួចរក z^{2017} ។

៣) ចូរសរសេរ $w = \frac{x}{y}$ ជាទម្រង់ពីជគណិតនិងទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

II-គណនាលីមីត $A = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 2x^3 - x^2 + 4}{x^2 - 6x + 8}$, $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 2x}{3x^2}$, $C = \lim_{x \rightarrow +\infty} [x - \ln(4e^x + 1)]$

III-គេឲ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E): y'' + 4y' - 5y = 0$ ។

១) រកចម្លើយទូទៅរបស់សមីការ (E) ។ ២) រកចម្លើយពិសេសរបស់សមីការ (E) បើ $y(0) = 3$, $y'(0) = -3$ ។

IV-នៅក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្ស 24 នាក់ដែលក្នុងនោះមានសិស្សពូកែផ្នែកមុខវិជ្ជាគណិតវិទ្យា 7 នាក់ រូបវិទ្យា 8 នាក់ និងអក្សរសាស្ត្រខ្មែរ 9 នាក់។ គេជ្រើសរើសសិស្ស 3 នាក់ព្រមគ្នាពីក្នុងចំណោមសិស្សទាំងអស់ដើម្បីផ្តល់អាហាររូបករណ៍។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

១) A : ជ្រើសរើសបានសិស្សពូកែមុខវិជ្ជាផ្សេងគ្នាទាំង 3 ។ ២) B : ជ្រើសរើសបានសិស្សពូកែមុខវិជ្ជាគណិតវិទ្យា 1 នាក់។

V-គេឲ្យអនុគមន៍ g កំណត់ដោយ $g(x) = \frac{7x+1}{x^3+2x^2+x}$ ដែល $x \neq 0, x \neq -1$ ។

១) កំណត់បីចំនួនពិត A, B និង C ដើម្បីឲ្យអនុគមន៍ g អាចសរសេរ $g(x) = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2}$

២) គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int_1^2 \frac{7x+1}{x^3+2x^2+x} dx$ ។

VI-តម្រុយអរតូណម៉ាល់ មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមាន $A(4,0,0)$ $B(0,-2,0)$, $C(0,0,2)$ និង $D(4,2,2)$

១) បង្ហាញថាចតុកោណ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម។

២) ចូរកំណត់សមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (BC) និងសមីការនៃប្លង់កាត់តាមបីចំណុច A, B និង C ។

៣) យក H ជាចំណោលកែងនៃ A លើបន្ទាត់ (BC) ។ រកកូអរដោនេនៃចំណុច H រួចគណនា AH និងផ្ទៃក្រលាប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ ។

៤) គេមានចំណុច $S(1,6,-6)$ ។ បង្ហាញថាបន្ទាត់ (SA) កែងនឹងប្លង់ $(ABCD)$ រួចគណនាមាឌនៃពីរ៉ាមីត $SABCD$ ។

VI-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើចន្លោះ $(0, +\infty)$ ហើយកំណត់ដោយ $f(x) = -\frac{x^3}{3} + 2x + 1 - x \ln x$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយ (o, \vec{i}, \vec{j}) ។

១) ចូររក $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ។ ២) ចូររកដេរីវេ $f'(x)$ និង $f''(x)$ រួចទាញថា $f''(x) < 0$ ចំពោះគ្រប់ $x > 0$

៣) គណនា $f'(1)$ រួចសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ ។ ចូរគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។ ($e = 2.7$, $\ln 2 = 0.7$ និង $\frac{e^3}{3} = 6.6$)

៤) គណនា $f(2)$ និង $f(e)$ រួចទាញបញ្ជាក់ថា (C) កាត់អ័ក្ស (ox) ត្រង់ចំណុចមានអាប់ស៊ីស α ដែល $2 < \alpha < e$ ។

៥) ចូរបង្ហាញថា $F(x) = -\frac{x^4}{12} + \frac{5}{4}x^2 + x - \frac{x^2}{2} \ln x$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$ ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។

៦) ចូរសង់ក្រាប (C) រួចគណនាផ្ទៃក្រឡា $S(\lambda)$ នៃមណ្ឌលប្លង់ខណ្ឌដោយ (C) ជាមួយអ័ក្ស (ox) និងបន្ទាត់ឈរ $x = \lambda$, $x = 1$ ដែល $0 < \lambda < 1$ រួចរកលីមីតនៃ $S(\lambda)$ កាលណា $\lambda \rightarrow 0^+$ ។

វិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាជ្រើសរើសទី២៩

រៀបរៀងនិងបោះពុម្ពដោយ លីម ផល្គុន

Tel: 017 250 290

សម្រាប់រៀបរៀងប្រឡងសញ្ញាបត្រទុតិយភូមិឆ្នាំ២០១៧

I-គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $z = \sqrt{2+\sqrt{3}} + i\sqrt{2-\sqrt{3}}$

១) ចូរសរសេរ z^2 ជាទម្រង់ពីជគណិត ។

២) ចូរសរសេរ z^2 និង z ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

៣) ទាញរកតម្លៃនៃ $\cos \frac{\pi}{12}$ និង $\sin \frac{\pi}{12}$ ។

II-ចូរគណនាលីមីតខាងក្រោម ៖

១) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x^3 - 2x^2} - \sqrt[3]{x^2 - 3x + 1}}{(x-1)^3}$

២) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1 + \cos x}}{x \cdot \tan x}$

III-គេឲ្យ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលមានប្រូបាប $P(A) = 0.45$ $P(B) = 0.50$ និង $P(A \cap B) = 0.30$ ។

ចូរគណនាប្រូបាប $P(A \cup B)$, $P(A/B)$ និង $P(B/A)$ ។

IV-គេមានអនុគមន៍ $f(x) = \frac{2x^2 + 2x + 1}{x^3 + x^2}$ ដែល $x \neq 0$ និង $x \neq -1$

១) កំណត់ចំនួនពិត A, B, C ដើម្បីឱ្យ $f(x) = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x+1}$ ។

២) គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int f(x) \cdot dx$ ។

V-ក្នុងតំរុយអរតូនរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ (គេយកឯកតា $1cm$ នៅលើអ័ក្ស) ។

គេឱ្យបីចំនុច $A(1, -2, 3)$, $B(3, -1, 3)$, $C(5, 1, 4)$ ។

១) កំណត់កូអរដោនេរ៉ូបទវ \vec{AB} និង \vec{AC} រួចកំណត់តំលៃកូស៊ីនុសនៃមុំរវាងរ៉ូបទវពីរនេះ ។

២) គណនាផលគុណរ៉ូបទវ $\vec{AB} \times \vec{AC}$ រួចទាញថាបីចំនុច A, B, C មិនរត់ត្រង់គ្នា ។

៣) គណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ ABC ។

៤) កំណត់សមីការប្លង់ (ABC) ។

៥) រកមាឌតេត្រាអែត $ABCD$ ទាញរកចំងាយពីចំនុច D ទៅប្លង់ (ABC) ។

VI-គេមានអនុគមន៍ $y = f(x) = 1 + 2e^x - 2xe^x$ មានក្រាប (c) ។

១) គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតដេក ។

២) គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចសិក្សាសញ្ញារបស់វា ។ គូសតារាងអថេរភាពនៃ $f(x)$ ។

៣) គណនាកូអរដោនេរ៉ូបចំនុចប្រសព្វ A រវាង (c) ជាមួយអាស៊ីមតូតដេករួចសរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (c) ត្រង់ចំនុច A ។

៤) គូសក្រាប (c) និងបន្ទាត់ (T) ក្នុងតំរុយអរតូនរម៉ាល់ $(0, \vec{i}, \vec{j})$ ។

៥) គណនាផ្ទៃក្រឡាខណ្ឌដោយខ្សែកោង (c) និងអាស៊ីមតូតដេក និងបន្ទាត់ឈរ $x=0$; $x=2$ ។



I-គេឱ្យសមីការ (E): $z^2 + az + b = 0$, $a, b \in \mathbb{R}$ ។ ចូរកំនត់ចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឱ្យចំនួនកុំផ្លិច $z = 3 + 2i$ ជាឫសរបស់សមីការរួចគណនាឫសមួយទៀតរបស់សមីការ ។

II-ចូរគណនាលីមីតខាងក្រោម ៖

១) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 2x}{x \sin x}$

២) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6e^x + 5}{2e^x + 3}$

III-គេមានអាំងតេក្រាល $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x \, dx$ និង $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x \, dx$

១) ចូរគណនា $I + J$ និង $I - J$ ។

២) ទាញរកតម្លៃនៃ I និង J

IV-គេឱ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E): $y'' - 4y' + 4y = 4x^2 - 24x + 34$

១) កំនត់ចំនួនពិត a, b និង c ដើម្បីឱ្យអនុគមន៍ $y_p(x) = ax^2 + bx + c$ ជាចម្លើយដោយឡែកមួយរបស់សមីការ (E) ។

២) បង្ហាញថាអនុគមន៍ $y = y_p(x) + y_h(x)$ ជាចំលើយទូទៅរបស់ (E) នោះអនុគមន៍ $y_h(x)$ ជាចំលើយរបស់សមីការអូម៉ូសែន (E'): $y'' - 4y' + 4y = 0$ ។

៣) ដោះស្រាយសមីការ (E') រួចទាញរកចំលើយទូទៅរបស់ (E) ។

V-នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ មួយគេមាន $A(-1, 4, 4)$; $B(1, 2, 3)$ និង $C(3, 2, 4)$ ។

១) គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\vec{AB} \times \vec{AC}$ រួចទាញថាបីចំណុច A, B, C រត់មិនត្រង់គ្នា។
គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។

២) កំណត់សមីការប្លង់ (ABC) ។

៣) គណនាមាឌនៃចតុមុខ $OABC$ រួចទាញរកចម្ងាយពីចំណុច O ទៅប្លង់ (ABC) ។

VI-អនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ដោយ $y = f(x) = 2 + \frac{\ln x}{x^2}$ ហើយមានខ្សែកោង (C) ។

១) គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ។ កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ និង អាស៊ីមតូតដេកនៃ (C) ។

២) គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ហើយគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៣) កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោង (c) ជាមួយអាស៊ីមតូតដេករបស់វា ។

ចូរសង់ (c) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j})$ ។

៤) គណនាផ្ទៃក្រឡាខណ្ឌដោយខ្សែកោង (c) ជាមួយអាស៊ីមតូតដេករបស់វានិងបន្ទាត់ឈរ $x = 1$; $x = e^{0.5}$ ។

($e = 2.72$; $e^{0.5} = 1.65$)